Mjerenje valnih oblika digitalnim instrumentom i osciloskopom

Brnada, Marijana

Undergraduate thesis / Završni rad

2017

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **Josip Juraj Strossmayer University of Osijek, Faculty of Electrical Engineering, Computer Science and Information Technology Osijek / Sveučilište Josipa Jurja Strossmayera u Osijeku, Fakultet elektrotehnike, računarstva i informacijskih tehnologija Osijek**

Permanent link / Trajna poveznica: https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:200:122375

Rights / Prava: In copyright / Zaštićeno autorskim pravom.

Download date / Datum preuzimanja: **2024-03-29**

Repository / Repozitorij:

Faculty of Electrical Engineering, Computer Science and Information Technology Osijek

zir.nsk.hr

Image not found or type unknown

SVEUČILIŠTE JOSIPA JURJA STROSSMAYERA U OSIJEKU

FAKULTET ELEKTROTEHIKE, RAČUNARSTVA I INFORMACIJSKIH TEHNOLOGIJA

Sveučilišni studij

Mjerenje valnih oblika digitalnim instrumentom i osciloskopom

Završni rad

Marijana Brnada

Osijek, 2017.

FERIT
FAKULTET ELEKTROTEHNIKE, RAČUNARSTVA I INFORMACIJSKIH TEHNOLOGIJA OSIJEK

Obrazac Z1P - Obrazac za ocjenu završnog rada na preddiplomskom sveučilišnom studiju

Osijek, 03.09.2017.

Odboru za završne i diplomske ispite

Prijedlog ocjene završnog rada

Ime i prezime studenta:	Marijana Brnada
Studij, smjer:	Preddiplomski sveučilišni studij Elektrotehnika
Mat. br. studenta, godina upisa:	3718, 27.08.2013.
OIB studenta:	72527982708
Mentor:	Izv.prof.dr.sc. Kruno Miličević
Sumentor:	Ivan Biondić
Sumentor iz tvrtke:	
Naslov završnog rada:	Mjerenje valnih oblika digitalnim instrumentom i osciloskopom
Znanstvena grana rada:	**Elektroenergetika (zn. polje elektrotehnika)**
Predložena ocjena završnog rada:	Vrlo dobar (4)
Kratko obrazloženje ocjene prema Kriterijima za ocjenjivanje završnih i diplomskih radova:	Primjena znanja stečenih na fakultetu: 2 bod/boda Postignuti rezultati u odnosu na složenost zadatka: 2 bod/boda Jasnoća pismenog izražavanja: 2 bod/boda Razina samostalnosti: 2 razina
Datum prijedloga ocjene mentora:	03.09.2017.
Datum potvrde ocjene Odbora:	15.09.2017.

Potpis mentora za predaju konačne verzije rada u Studentsku službu pri završetku studija:	Potpis:
	Datum:

FERIT
FAKULTET ELEKTROTEHNIKE, RAČUNARSTVA
I INFORMACIJSKIH TEHNOLOGIJA **OSIJEK**

IZJAVA O ORIGINALNOSTI RADA

Osijek, 20.09.2017.

Ime i prezime studenta:	Marijana Brnada
Studij:	Preddiplomski sveučilišni studij Elektrotehnika
Mat. br. studenta, godina upisa:	3718, 27.08.2013.
Ephorus podudaranje [%]:	0

Ovom izjavom izjavljujem da je rad pod nazivom**: Mjerenje valnih oblika digitalnim instrumentom i osciloskopom**

izrađen pod vodstvom mentora Izv.prof.dr.sc. Kruno Miličević

i sumentora Ivan Biondić

moj vlastiti rad i prema mom najboljem znanju ne sadrži prethodno objavljene ili neobjavljene pisane materijale drugih osoba, osim onih koji su izričito priznati navođenjem literature i drugih izvora informacija.
Izjavljujem da je intelektualni sadržaj navedenog rada proizvod mog vlastitog rada, osim u onom dijelu za koji mi je bila potrebna pomoć mentora, sumentora i drugih osoba, a što je izričito navedeno u radu.

Potpis studenta:

Sadržaj

1. UVOD 1
1.1. Zadatak rada 1
2. SPEKTRALNA ANALIZA SIGNALA 2
2.1. Mjerenja osciloskopom 4
2.2. Mjerenja u laboratoriju 6
3. PRIJELAZNE POJAVE RC KRUGA 15
3.1. Vremenska konstanta RC kruga 15
3.2. Mjerenja u laboratoriju 16
4. ZAKLJUČAK 19
LITERATURA 20
SAŽETAK 21
ABSTRACT 21
ŽIVOTOPIS 22
PRILOZI 23
Prilog 1: Predložak za laboratorijsku vježbu 23

1. UVOD

U završnom radu bit će objašnjena i obavljena mjerenja osciloskopom. Mjerit će se spektar različitih valnih oblika kao i punjenje i pražnjenje RC člana. Prije pristupa samim mjerenjima potrebno je obaviti teorijsku analizu zadatka, odnosno spektralnu analizu koja se vrši pomoću Fourierove transformacije. Fourierova analiza rastavlja signal na sumu sinusnih i kosinusnih članova s vlastitom amplitudom, fazom i frekvencijom.

Valni oblici su se generirali pomoću funkcijskog generatora te su snimljeni na računalo uz pomoć programa koji je došao uz osciloskop. Nadalje, dobiveni podatci su se iscrtavali u Matlabu i na njima se vršila Fourierova analiza pomoću Matlabove skripte kako bi se u konačnici dobio spektar signala.

Za punjenje i pražnjenje RC člana koristili su se osciloskop, istosmjerni izvor te otpornička i kapacitivna dekada. Podatci s osciloskopa spremljeni su na računalo i obrađeni u Microsoft Excelu.

1.1. Zadatak rada

Zadatak rada je izmjeriti spektar signala osciloskopom i računalom te izmjeriti vremensku konstantu RC člana. Dobivene rezultate potrebno je usporediti s napravljenom teorijskom analizom. Također je potrebno izraditi predložak za laboratorijsku vježbu na osnovu rada.

2. SPEKTRALNA ANALIZA SIGNALA

Fourierov prvotni cilj bio je riješiti parcijalnu diferencijalnu jednadžbu za širenje topline, a kasnije je ustanovio da se taj postupak može primijeniti na rješavanje raznih matematičkih i fizičkih pojava. Fourierovi redovi primjenjuju se u elektrotehnici, analizi vibracija, akustici, procesuiranju slika, kvantnoj mehanici, itd. [1].

Svaka periodična funkcija $y(t)$ može se prikazati pomoću Fourierovog reda kao suma sinusnih i kosinusnih članova čije su frekvencije cjelobrojni višekratnici osnovne frekvencije, što je prikazano jednadžbom (2-1):

$$y(t) = A(0) + \sum_{n=1}^{\infty} \left[\hat{A}(n)\cos(n\omega t) + \hat{B}(n)\sin(n\omega t)\right] \qquad (2\text{-}1)$$

Gdje je:

$y(t)$ – trenutna vrijednost funkcije/signala

$A(0)$ - srednja vrijednost funkcije (istosmjerna komponenta)

$\hat{A}(n), \hat{B}(n)$ – tjemena vrijednost *n*-tog kosinusnog/sinusnog člana

ω - osnovna frekvencija

Način na koji se računaju nulti i *n*-ti sinusni i kosinusni članovi prikazani su prema (2-2), (2-3) i (2-4).

$$A(0) = \frac{1}{T}\int_0^T y(t)dt \qquad (2\text{-}2)$$

$$\hat{A}(n) = \frac{2}{T}\int_0^T y(t)\cos(n\omega t)\,dt \qquad (2\text{-}3)$$

$$\hat{B}(n) = \frac{2}{T}\int_0^T y(t)\sin(n\omega t)\,dt \qquad (2\text{-}4)$$

Bitno je naglasiti kako je Fourierov red moguće zapisati i na druge načine (2-5).

$$y(t) = A(0) + \sum_{n=1}^{\infty} \hat{C}(n) \sin(n\omega t + \varphi(n)) \tag{2-5}$$

Gdje se vršna vrijednost *n*-tog harmonijskog člana $\hat{C}(n)$ i fazni pomak *n*-tog harmonijskog člana $\varphi(n)$ računaju prema izrazima (2-6) i (2-7).

$$\hat{C}(n) = \sqrt{\hat{A}^2(n) + \hat{B}^2(n)}\ ;\ \hat{C}(n) \geq 0 \tag{2-6}$$

$$\varphi(n) = tg^{-1}\frac{\hat{A}(n)}{\hat{B}(n)}\ ;\ \varphi(n) \in [-\pi, \pi] \tag{2-7}$$

Kada je iz poznatih koeficijenata Fourierovog reda ($\hat{A}(n),\ \hat{B}(n), \hat{C}(n)$) potrebno izračunati efektivnu vrijednost, tada je najjednostavnije koristiti Parsevalov teorem, tj. efektivna vrijednost signala je (2-8).

$$Y = \sqrt{A^2(0) + \frac{1}{2}\sum_{n=1}^{\infty}\left[\hat{A}^2(n) + \hat{B}^2(n)\right]} = \sqrt{A^2(0) + \frac{1}{2}\sum_{n=1}^{\infty}\hat{C}^2(n)} \tag{2-8}$$

U tablici 2.1 napisani su izrazi za proračun amplitudnog spektra pojedinog valnog oblika signala koji su generirani pri radu u laboratoriju.

Tablica 2.1 Izrazi za amplitudni spektar signala

Valni oblik	**Spektar**
Sinusni $u(t) = \widehat{U}\sin(2\pi f_0 t)$	$\hat{C}(f) = \begin{cases} \widehat{U} & f = f_0 \\ 0 & inače \end{cases}$
Pravokutni $u(t) = \begin{cases} \widehat{U} & 0 < t < \frac{1}{2f_0} \\ -\widehat{U} & \frac{1}{2f_0} < t < \frac{1}{f_0} \end{cases}$	$\hat{C}(f) = \begin{cases} \frac{4\widehat{U}}{n\pi} & f = (2n-1)f_0 \\ 0 & inače \end{cases}$ $n \in \mathbb{N}$
Trokutasti $u(t) = \begin{cases} 4\widehat{U}f_0 t & t \in \left[0, \frac{1}{4f_0}\right] \\ -4\widehat{U}f_0\left(t - \frac{1}{4f_0}\right) + \widehat{U} & t \in \left[\frac{1}{4f_0}, \frac{3}{4f_0}\right] \\ 4\widehat{U}f_0\left(t - \frac{3}{4f_0}\right) - \widehat{U} & t \in \left[\frac{3}{4f_0}, \frac{1}{f_0}\right] \end{cases}$	$\hat{C}(f) = \begin{cases} \frac{8\widehat{U}}{\pi^2 n^2} & f = (2n-1)f_0 \\ 0 & inače \end{cases}$ $n \in \mathbb{N}$

2.1. Mjerenja osciloskopom

Osciloskop je uređaj koji omogućuje dvodimenzionalni prikaz trenutnih vrijednosti promjenjivih veličina kao što su struja i napon u ovisnosti o vremenu. Na osi x se nalazi vrijeme, a na osi y iznos signala. Digitalni osciloskopi prema svojim mogućnostima nadmašuju analogne osciloskope, a razlikuju se i u cijeni. Sastoje se od digitalnih i analognih sklopova. Ulazni analogni signal se nakon prilagodbe u ulaznom analognom dijelu digitalnog osciloskopa (djelilu i pojačalu) digitalizira u A/D pretvorniku, tj. pretvara u niz brojčanih vrijednosti, koje se zatim pamte u memoriji za prihvat. Nakon što sklop za sinkronizaciju pošalje okidni impuls, podatci se iz memorije za prihvat prenose u memoriju za prikaz. Potom se podatci očitavaju i pomoću D/A pretvornika pretvaraju u obnovljeni ulazni analogni signal. Obnovljeni signal se pojačava i simetrira u izlaznom pojačalu vertikalnog otklonskog sustava. Slika signala se crta na zaslonu KC (katodnoj cijevi) pomoću pilastog napona odgovarajućeg trajanja. Digitalizacija ulaznog analognog signala sastoji se od uzorkovanja, kvantizacije i kodiranja. Ako je frekvencija signala viša, pa je broj uzoraka manji od dva po periodi, dolazi do tzv. aliasing pogreške. Aliasing je pojava kada se pri obnavljanju signala generira komponenta signala niske frekvencije koja ne postoji u izvornom signalu [2].

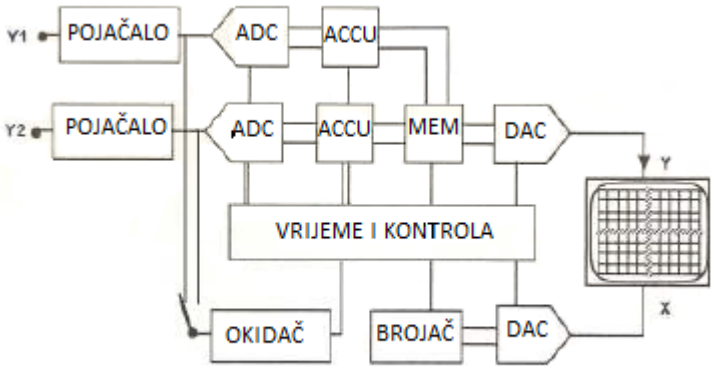
Kod nesinusnih signala dovoljno je da mjerni signal sadrži harmonik frekvencije više od Nyquistove frekvencije (polovice frekvencije uzimanja uzoraka), pa da signal bude izobličen. Aliasing efekt smanjuje se na način da se ispred A/D pretvornika ugrađuju niskopropusni filtri s gornjom graničnom frekvencijom jednakom polovini frekvencije uzimanja uzoraka (tzv. antialiasing filteri). Postoje dva načina uzorkovanja. Prvi je uzorkovanje u realnom vremenu, a drugi je uzorkovanje u ekvivalentnom vremenu. Kod uzorkovanja u realnom vremenu (RT, engl. real-time sampling) točke se uzorkuju u nizu, nakon jednog okidnog impulsa sklopa za sinkronizaciju. Ovaj način se rabi pri jednokratnim impulsnim signalima i niskofrekventnim periodičnim signalima. Kod uzorkovanja u realnom vremenu maksimalna frekvencija signala koji se može zadovoljavajuće vjerno obnoviti na KC određen je brzinom uzimanja uzoraka. Pri uzorkovanju u realnom vremenu ta je frekvencija približno 10 puta niža od frekvencije uzimanja uzoraka. Teorijski gledano, najmanji broj uzoraka u jednoj periodi može biti dva. Na taj se način uz frekvenciju uzimanja uzoraka od npr. 1 Gs može promatrati sinusni signal frekvencije do maksimalno 500 MHz. Kod uzorkovanja u ekvivalentnom vremenu uzorci se uzimaju kroz nekoliko perioda ponavljajućeg signala i sastavljaju u jednu sliku i mogu se uzimati slijedno ili slučajno. Budući da digitalni osciloskopi sadrže analogne i digitalne sklopove, značajkama koje opisuju svojstva analognih osciloskopa dodaju se još i značajke koje se odnose na digitalne dijelove. Neke od dodatnih značajki su: frekvencija uzorkovanja (broj uzoraka u sekundi) ili digitalizacije i vertikalno razlučivanje. Digitalnim se osciloskopima osim automatskog postavljanja mirne slike, te promatranja i mjerenja raznih parametara signala, signali mogu matematički obrađivati: zbrajati, oduzimati, množiti, integrirati, diferencirati. Može se vršiti spektralna analiza signala pomoću brze Fourierove transformacije (FFT), računati efektivna vrijednost, itd. [2].

Neke od prednosti digitalnih osciloskopa nad analognim su laki prijenos rezultata mjerenja na računalo, te time i njihova daljnja obrada, korištenje monitora na bazi tekućih kristala čime se smanjuje težina i dimenzija osciloskopa itd. [3].

Mane digitalnih osciloskopa: skupi su, sporo obnavljaju slike (uobičajena brzina obnavljanja je oko 10 slika u sekundi, dok je kod analognih ta brzina oko 200 000 uzoraka/s); zato sporadične pojave mogu ostati neotkrivene. U novije su se vrijeme pojavila rješenja koja smanjuju ili potpuno uklanjaju ovaj nedostatak. Na duljim vremenskim bazama se automatski smanjuje učestalost uzorkovanja, ako je kapacitet memorije nedovoljan [2].

Suvremeni osciloskopi imaju naredbe izvedene *na dodir* preko izbornika, a neka podešavanja osciloskop može raditi sam (auto range). Dodatna pogodnost može biti ekran u boji kojim su opremljeni kvalitetniji osciloskopi, koji omogućavaju lakše promatranih signala [3].

Na slici 2.1 prikazani su osnovni dijelovi digitalnog osciloskopa.



Slika 2.1 Osnovni elementi digitalnog osciloskopa

2.2. Mjerenja u laboratoriju

Prije samih mjerenja u laboratoriju bilo je potrebno matematički dobiti vrijednosti harmonika za sinusni, pravokutni i trokutasti valni oblik. Pri tome se jednadžba (2-9) koristila za sinusni oblik, jednadžba (2-10) za pravokutni, a jednadžba (2-11) za trokutasti valni oblik.

$$\hat{C}(f) = \begin{cases} \hat{U} & f = f_0 \\ 0 & inače \end{cases} \tag{2-9}$$

$$\hat{C}(f) = \begin{cases} \frac{4\hat{U}}{n\pi} & f = (2n-1)f_0, n \in \mathbb{N} \\ 0 & inače \end{cases} \tag{2-10}$$

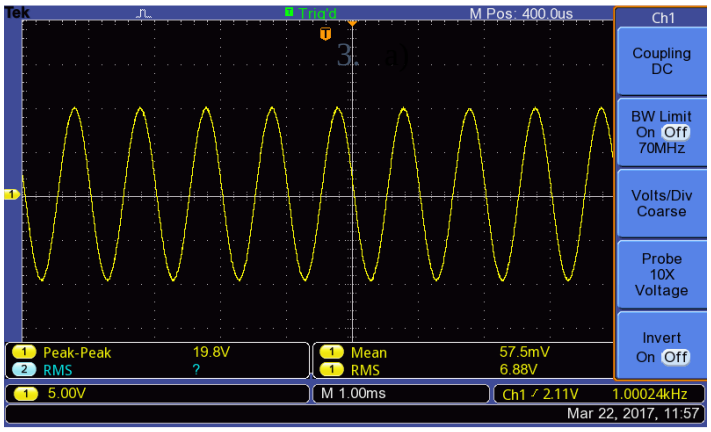
$$\hat{C}(f) = \begin{cases} \frac{8\hat{U}}{\pi^2 n^2} & f = (2n-1)f_0, n \in \\ 0 & inače \end{cases} \tag{2-11}$$

Gdje je f_0 osnovna frekvencija koja iznosi 1000 Hz, $\widehat{U}$ vršna vrijednost napona koja iznosi 10 V, a *n* je redni broj harmonika. U tablici 2.2 prikazane su izračunate vrijednosti harmonika za sva tri valna oblika.

Tablica 2.2 Izračunate vrijednosti harmonika pojedinih valnih oblika

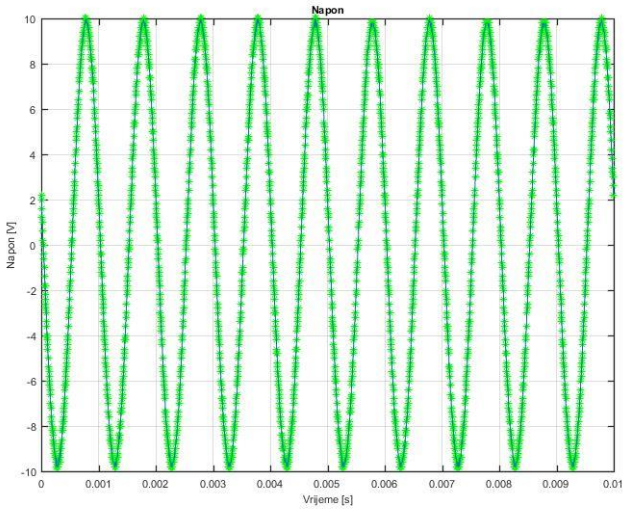
n	**f_n**	**Sinusni $\widehat{C}(n)$**	**Pravokutni $\widehat{C}(n)$**	**Trokutasti $\widehat{C}(n)$**
1	1000	7.071	12.73	8.11
2	2000	0	0	0
3	3000	0	6.37	2.03
4	4000	0	0	0
5	5000	0	4.24	0.9
6	6000	0	0	0
7	7000	0	2.55	0.37
8	8000	0	0	0

Slika 2.2 prikazuje rezultate mjerenja za sinusni oblik napona. Rezultati mjerenja pravokutnog i pilastog oblika prikazani su na slikama 2.3 i 2.4.

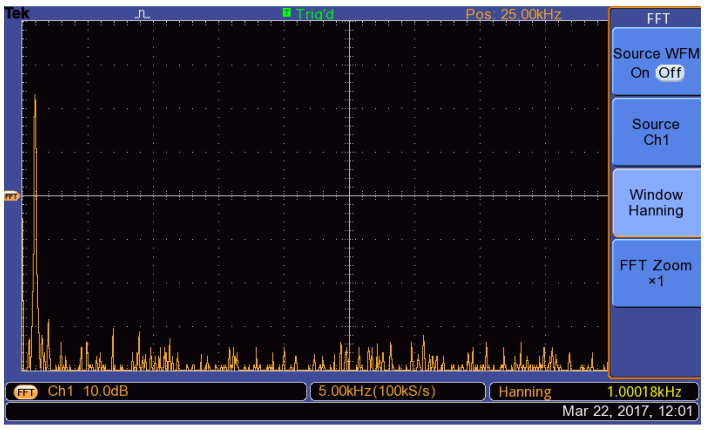


TBS 1072B-EDU - 12:10:20 22.3.2017.

a)

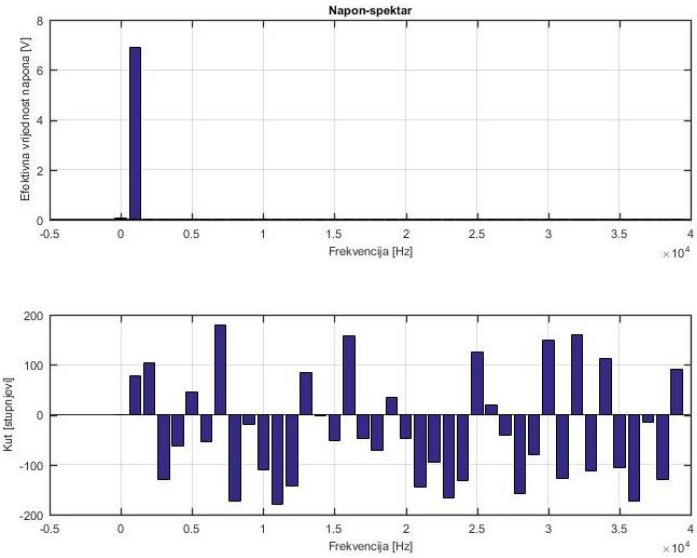


b)



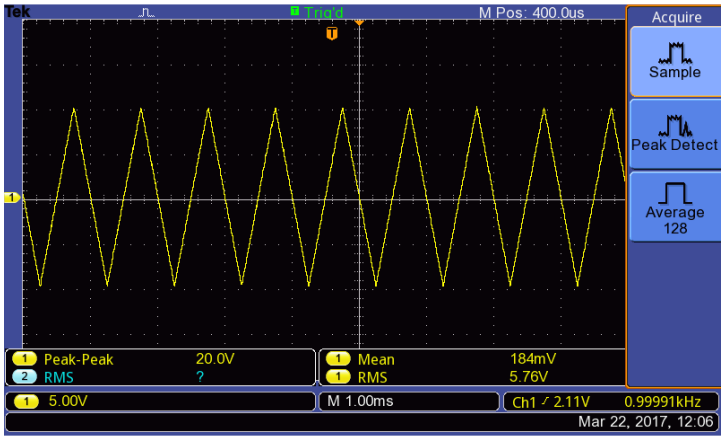
TBS 1072B-EDU - 12:14:24 22.3.2017.

c)

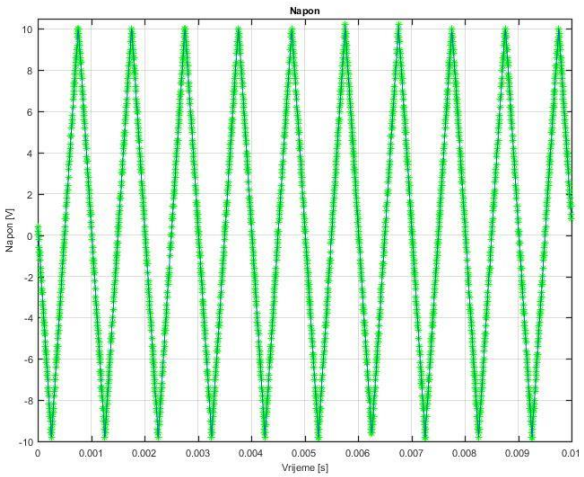


d)

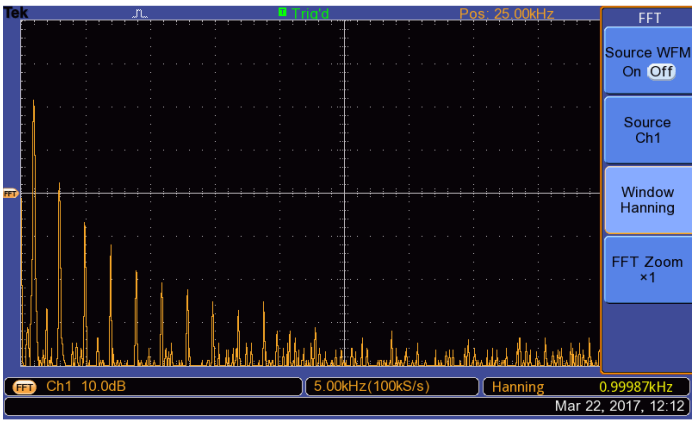
Slika 2.2 a) Sinusni, 1kHz, Osciloskop; b) Sinusni napon, 1kHz, Matlab; c) Sinusni, FFT, Osciloskop; d) Spektar sinusnog napona (amplitudno frekvencijska i fazno frekvencijska karakteristika), Matlab



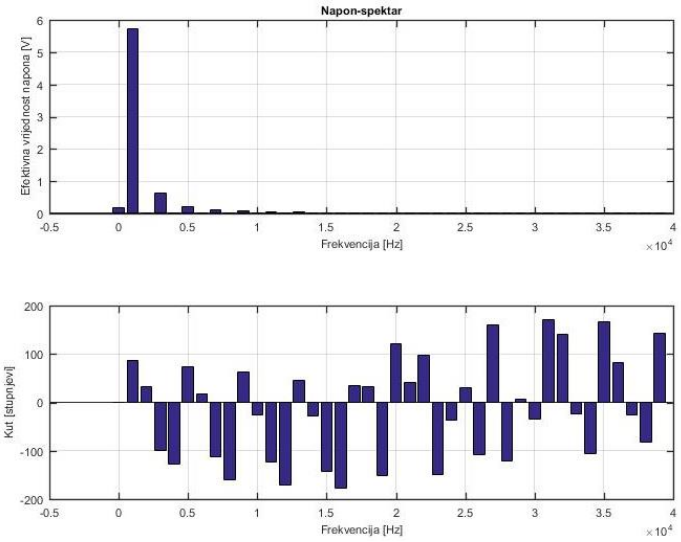
a)



b)

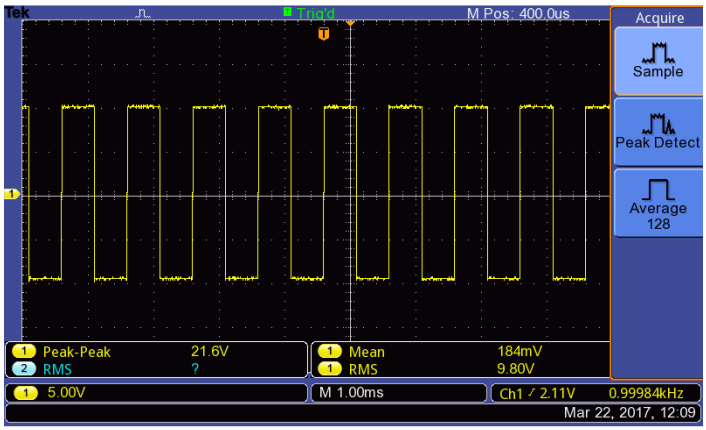


c)



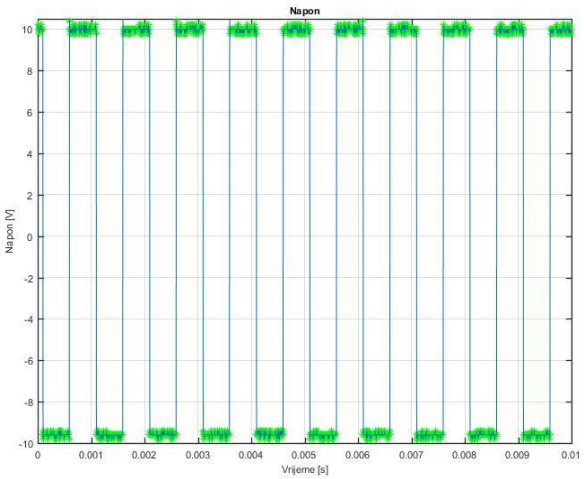
d)

Slika 1.3 a) Pilasti, 1 kHz, Osciloskop; b) Pilasti, 1 kHz, Matlab; c) Pilasti, FFT, Osciloskop; d) Pilasti spektar (amplitudno frekvencijska i fazno frekvencijska karakteristika), Matlab

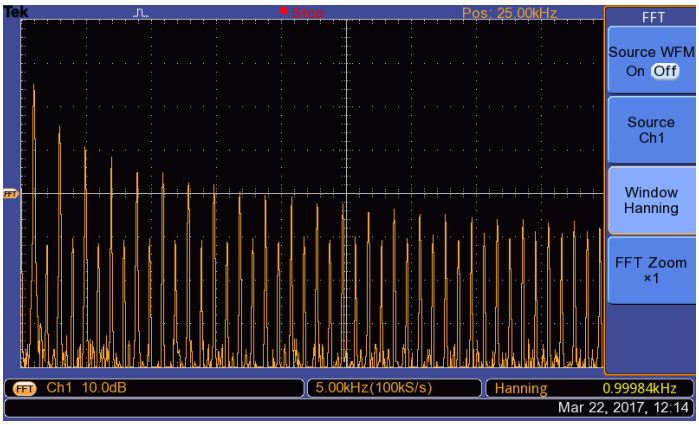


TBS 1072B-EDU - 12:22:16 22.3.2017.

a)

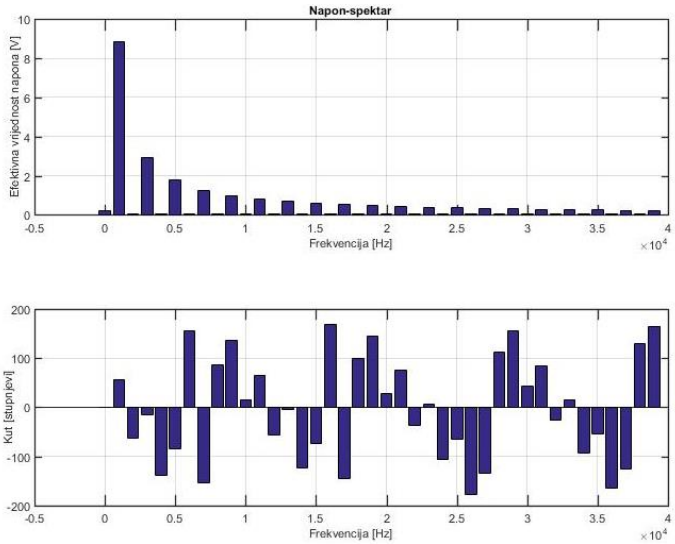


b)



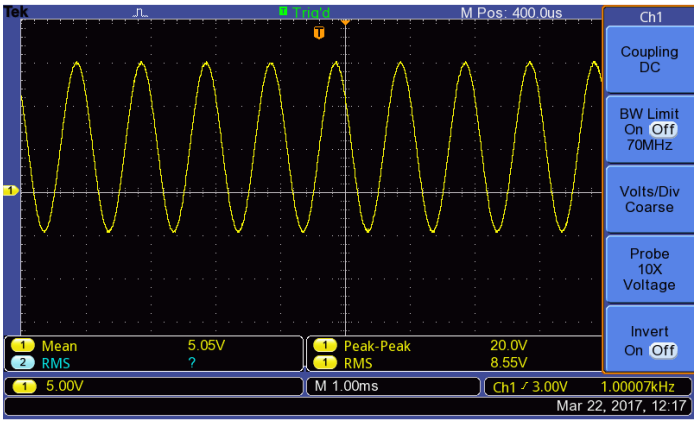
TBS 1072B-EDU - 12:27:21 22.3.2017.

c)

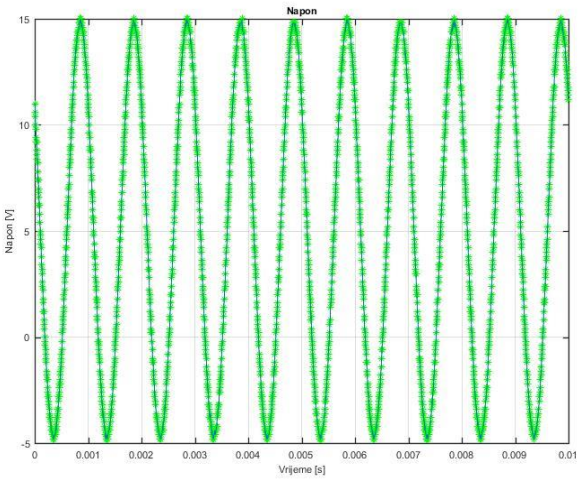


d)

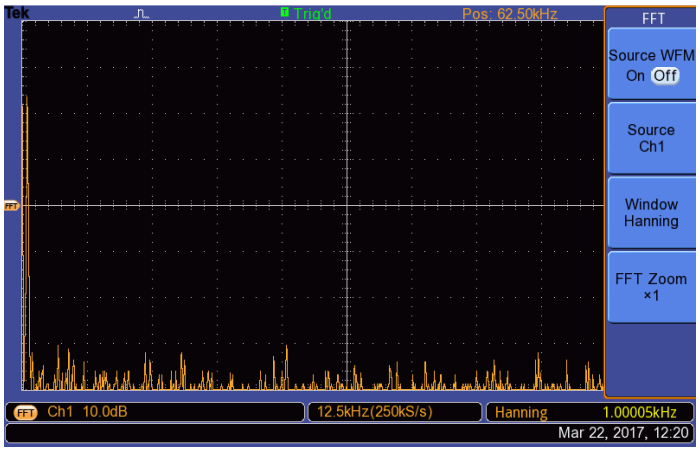
Slika 2.4 a) Pravokutni, 1kHz, Osciloskop; b) Pravokutni, 1kHz; c) Pravokutni, FFT; d) Pravokutni spektar



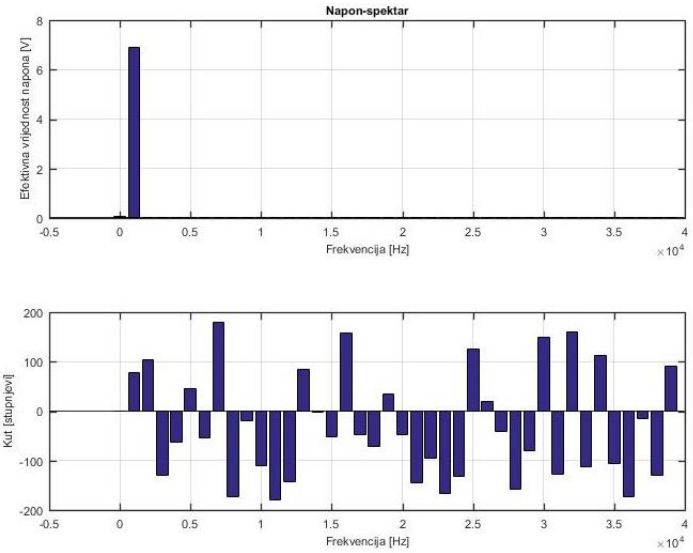
a)



b)

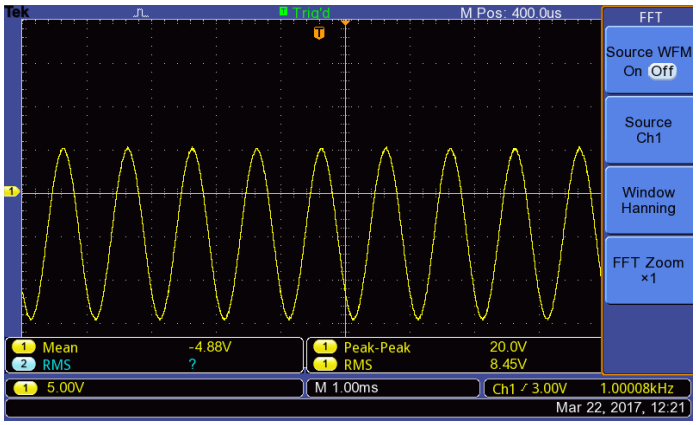


c)



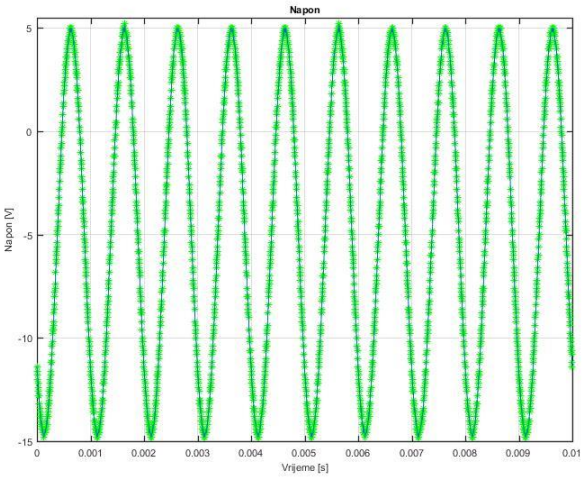
d)

Slika 2.5 a) Sinusni s DC komponentom, Osciloskop; b) Sinusni s DC komponentom, Matlab; c) Sinusni s DC komponentom, FFT, Osciloskop; d) Sinusni s DC komponentom, spektar (amplitudno frekvencijska i fazno frekvencijska karakteristika), Matlab

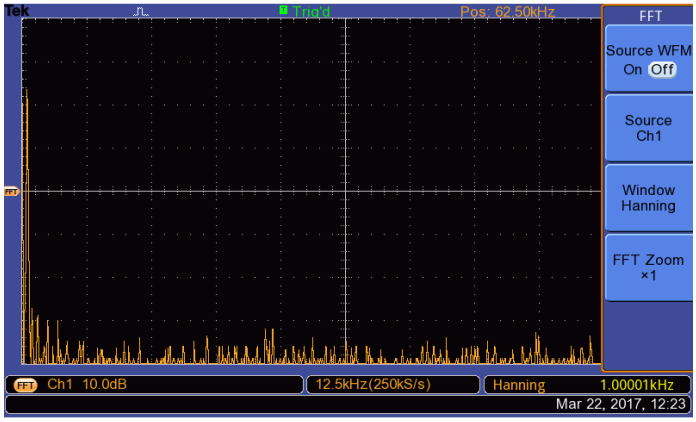


TBS 1072B-EDU - 12:34:02 22.3.2017.

a)

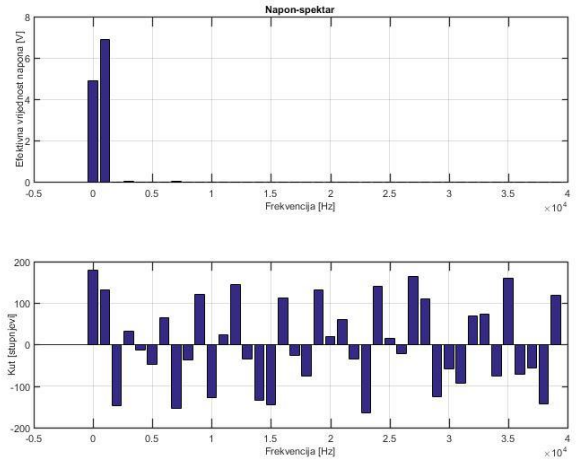


b)



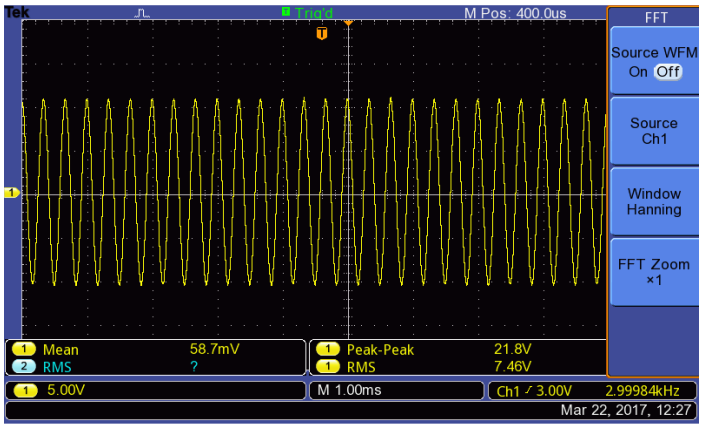
TBS 1072B-EDU - 12:36:13 22.3.2017.

c)



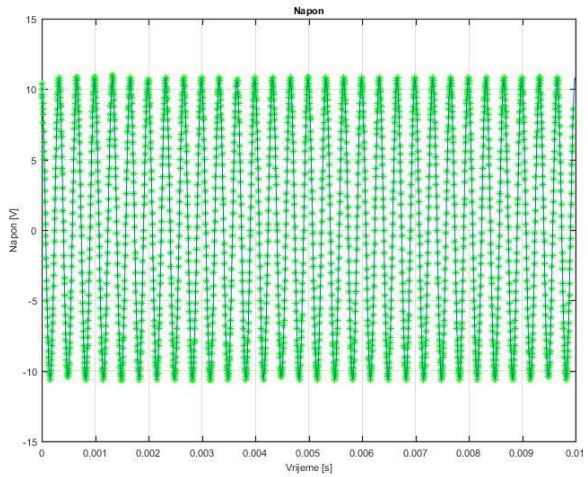
d)

Slika 2.6 a) Sinusni s negativnom DC komponentom; b) Sinusni s negativnom DC komponentom; c) Sinusni s negativnom DC komponentom, FFT; d) Sinusni s negativnom DC komponentom, Spektar

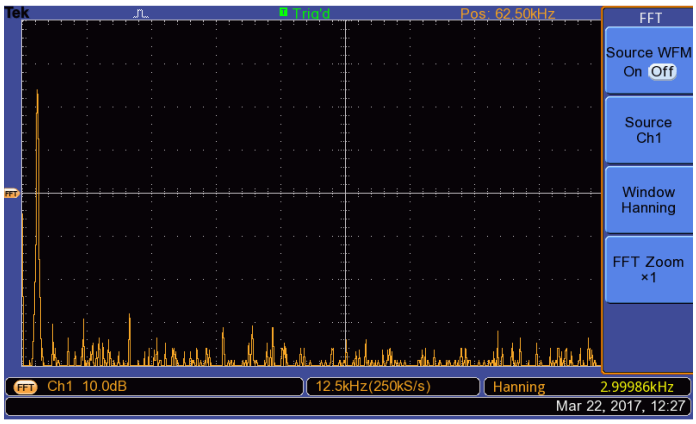


TBS 1072B-EDU - 12:40:17 22.3.2017.

a)

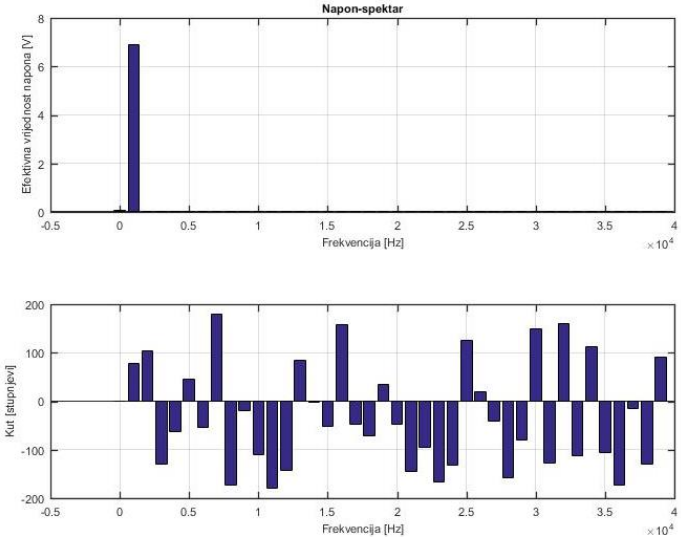


b)



TBS 1072B-EDU - 12:40:46 22.3.2017.

c)



d)

Slika 2.7 a) Sinusni, 3kHz, Osciloskop; b) Sinusni, 3kHz, Matlab; c) Sinusni, 3 kHz, FFT, Osciloskop; d) Sinusni spektar (amplitudno frekvencijska i fazno frekvencijska karakteristika), Matlab

Pogledamo li slike 2.2 do 2.7., možemo primijetiti da unatoč tome što je efektivna vrijednost pojedinih harmonika 0, oni opet imaju fazni pomak. Teorijskim rastavom u Fourierov red se dobije da je fazni pomak 0, no mjerenjem dobijemo da efektivna vrijednost nije 0, nego je zanemarivo mala. Ako se ta mala vrijednost ne zanemari nego se uvrsti u $\varphi = \tan^{-1}(A(n)/B(n))$, dobije se da je fazni pomak φ≠0.U tablici 2.3 prikazane su mjerene vrijednosti harmonika pojedinih valnih oblika.

U tablici 2.4 prikazane su apsolutne i relativne pogreške mjerenih valnih oblika. Najveće odstupanje vidljivo je kod 7. harmonika, i za pravokutni, i za trokutasti valni oblik.

Tablica 3.3 Mjerene vrijednosti harmonika pojedinih valnih oblika

n	**f_n**	**Sinusni $\widehat{C}(n)$**	**Računata vrijednost za sinus**	**Pravokutni $\widehat{C}(n)$**	**Računata vrijednost za pravokutni oblik**	**Trokutasti $\widehat{C}(n)$**	**Računata vrijednost za trokutasti oblik**
1	1000	6.884	7.071	8.825	9.00	5.716	5.73
2	2000	0	0	0.04375	0	0.02205	0
3	3000	0	0	2.938	3.00	0.6207	0.64
4	4000	0	0	0.04872	0	0.007688	0
5	5000	0	0	1.767	1.8	0.2217	0.32
6	6000	0	0	0.04562	0	0.007081	0
7	7000	0	0	1.257	1.29	0.1161	0.17
8	8000	0	0	0.04509	0	0.005663	0

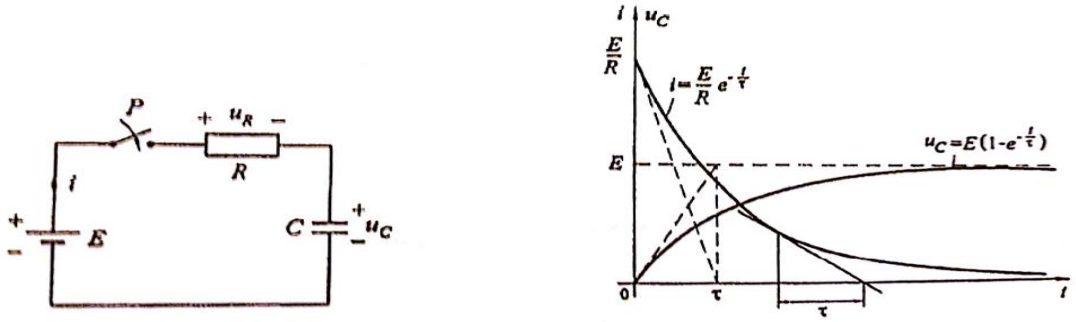
Tablica 2.4 Apsolutno i relativno odstupanje pojedinih valnih oblika

	Sinusni		**Pravokutni**		**Trokutasti**	
n	**Apsolutno odstupanje**	**Relativno odstupanje**	**Apsolutno odstupanje**	**Relativno odstupanje**	**Apsolutno odstupanje**	**Relativno odstupanje**
1	0.187	0.026	0.175	0.019	0.014	0.0244
2	0	0	0.04375	0	0.02205	0
3	0	0	0.062	0.021	1.0193	0.0302
4	0	0	0.04872	0	0.007688	0
5	0	0	0.033	0.018	0.0983	0.031
6	0	0	0.04562	0	0.007081	0
7	0	0	0.033	0.256	0.0539	0.461
8	0	0	0.04509	0	0.005663	0

3. PRIJELAZNE POJAVE RC KRUGA

3.1. Vremenska konstanta RC kruga

Slika 3.1 a) [4] prikazuje kapacitet prije uključivanja prekidača P kada je nenabijen, odnosno kada je $u_c(0) = 0$. U tom trenutku je i energija kapaciteta jednaka nuli. Zbog toga će od trenutka uključivanja $t = 0$ poteći struja koja će nabijati kapacitet. Struja teče sve dok se kapacitet ne nabije na napon izvora. To znači da u stacionarnom stanju ne teče struja u strujnom krugu ($i_p = 0$), odnosno vrijedi $i = i_s$ [4].



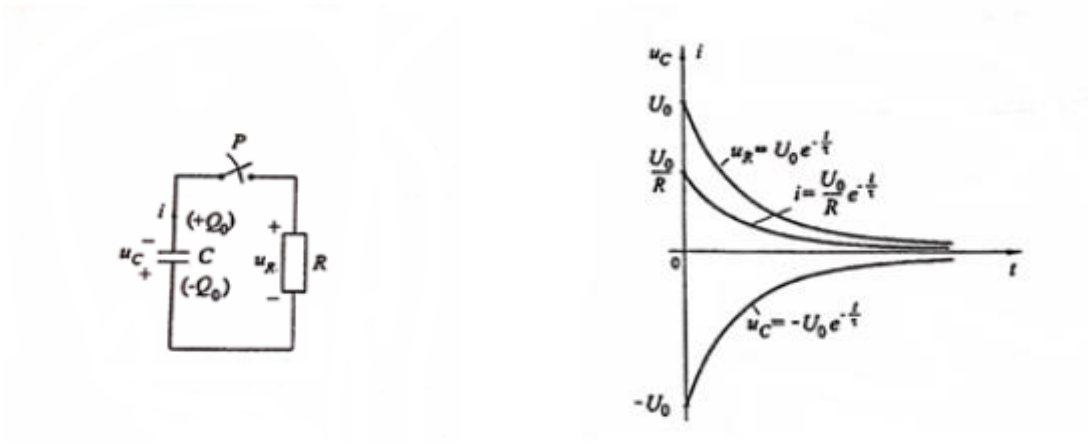
a) b)

Slika 3.1 Priključenje serijskog RC spoja na istosmjernu EMS: a) shema spoja; b) struja i napon na kapacitetu nakon uključenja

U trenutku uključenja napon na kapacitetu je nula, a zatim postupno raste; dok u t = 0 struja poprima maksimalnu vrijednost $I_0 = \frac{E}{R}$, a potom eksponencijalno opada. Brzina promjene napona i struje ovisi o konstanti kruga $\tau = RC$, koja ima dimenziju vremena pa se zato zove vremenska konstanta strujnog kruga. Što je manja vremenska konstanta, porast napona na kapacitetu je brži, a struja brže opada. Na slici 3.1 b) [4] grafički su prikazani napon nabijanja kapaciteta $u_C(t)$ i struja $i(t)$. Vremenska konstanta τ može se lako grafički odrediti, jer eksponencijalna krivulja ima svojstvo da je dužina suptangente bilo koje točke krivulje jednaka vremenskoj konstanti τ. U intervalu jedne vremenske konstante $t_1 = \tau$ napon na kapacitetu postiže 63.2 % stacionarne vrijednosti, a za $t_5 = 5\tau$ čak 99.3% stacionarne vrijednosti napona E. Prijelazni proces teoretski traje beskonačno, a praktički se završava za $t = 5\tau$. Na slici 3.2 a) [4] prikazan je kapacitet C nabijen na napon U_0 i izbija se preko otpora R, nakon zatvaranja prekidača P u trenutku $t = 0$. Za referentni smjer struje odabran je smjer struje izbijanja, a referentni smjerovi napona u_R i u_C usklađeni su sa smjerom struje. U skladu s tim

ucrtani su na slici polariteti napona u_R i u_C, a u zagradama označeni su polariteti početnog naboja Q_0. Iz toga proizlazi da je početni napon na kapacitetu negativan, tj. $U_C(0) = -U_0$, pa za trenutni napon na kapacitetu vrijedi relacija $u_C = -U_0 + \frac{1}{C}\int_0^t idt$ [5].

Na slici 3.2 b) [4] grafički su prikazani struja i naponi na kapacitetu i otporu. Činjenica da je struja u trenutku $t = 0$ maksimalna i da eksponencijalno opada do nule pruža nam mogućnost da problem riješimo bez diferencijalne jednadžbe. Za to je potrebno znati početni napon i RC elemente. Izbijanje kapaciteta preko otpora teoretski traje beskonačno, a praktički već nakon $t = 5\tau$ napon na kapacitetu je praktički zanemariv jer iznosi svega 0.67 % početne vrijednosti U_0 ($u_C(5\tau) = 0{,}0067U_0$). Sva energija nabijenog kapaciteta $W_C = \frac{CU_0^2}{2}$ prešla je pri izbijanju kapaciteta u toplinsku energiju na otporu R $W_R = \int_0^\infty i^2 Rdt = \frac{U_0^2}{R}\int_0^\infty e^{-\frac{2t}{RC}}dt = \frac{CU_0^2}{2}$ [4].



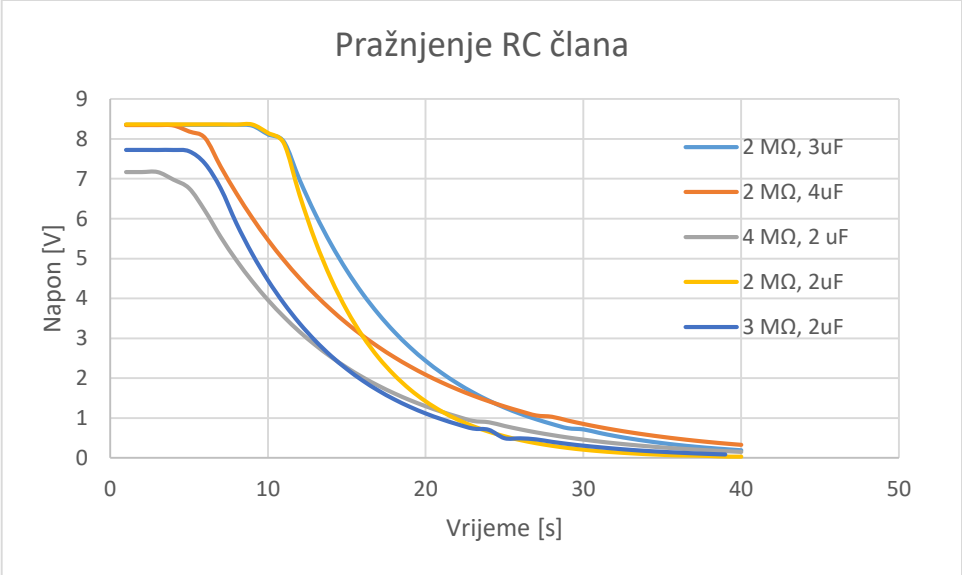
a) b)

Slika 3.2 Izbijanje kapaciteta a) shema spoja b) struja i naponi na R i C nakon isključenja

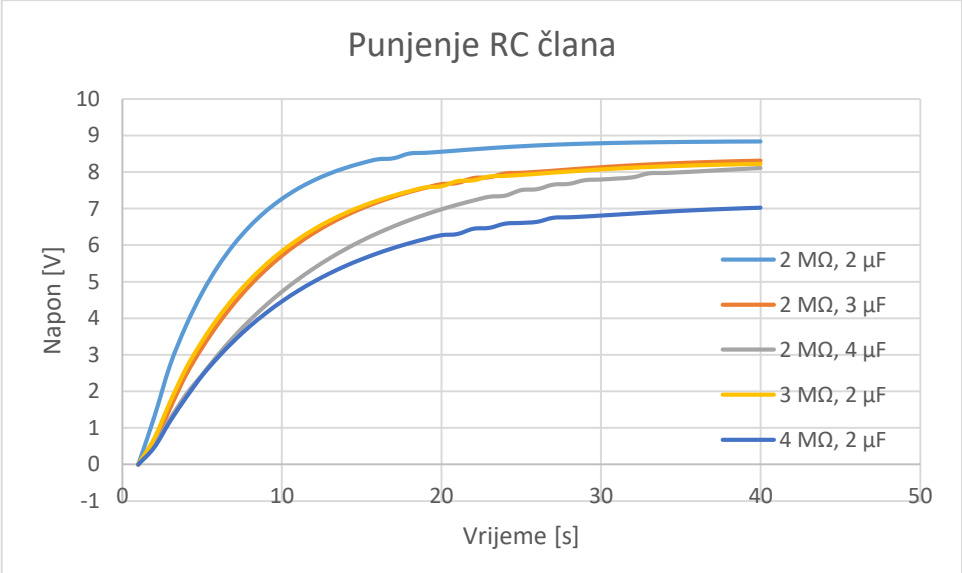
3.2. Mjerenja u laboratoriju

Za punjenje i pražnjenje RC člana koristili su se osciloskop, istosmjerni izvor, instrument te otpornička i kapacitivna dekada. Podatci s osciloskopa spremljeni su na računalo i obrađeni u Microsoft Excelu, što je vidljivo na slikama 3.3 i 3.4. U tablici 3.1 prikazana je usporedba izračunate vrijednosti i vrijednosti vremenske konstante procijenjene iz rezultata mjerenja. Razlike izračunate i procijenjene vrijednosti su prihvatljivog iznosa te se pritom u oba slučaja

potvrđuje očekivani rezultat da se povećanjem otpora i kapaciteta povećava i vremenska konstanta.



Slika 3.3 Pražnjene RC člana



Slika 3.4 Punjenje RC člana

Tablica 3.1 Usporedba izračunate i procijenjene vrijednosti vremenske konstante τ

Otpor R [MΩ]	**Kapacitet C [μF]**	**Izračunata vrijednost vremenske konstante τ [s]**	**Procijenjena vrijednost vremenske konstante τ [s]**
2	2	4	5
2	3	6	7
2	4	8	9
3	2	6	6.5
4	2	8	7.5

4. ZAKLJUČAK

Iz spektralne analize signala odnosno Fourierove transformacije dobivene su vrijednosti amplituda spektra signala. Primjećuje se kako se kod sva tri valna oblika javljaju samo neparni harmonici. Dominantni harmonik u sva tri slučaja je treći te se također primjećuje kako se kod sinusnog valnog oblika javlja samo osnovni harmonik.

Prilikom mjerenja jasno se uočavala prednost digitalnih osciloskopa nad analognim, kao npr. mogućnost spremanja podataka na računalo, *autorange* opcija koja automatski prilagođava x i y veličine prikaza i sl. *Autorange* opcija može biti problematična ako je uključena tijekom samog mjerenja. Događa se da promijeni raspon prikazanih podataka kada prijeđu unaprijed namještenu vrijednost pa mjerenja postanu neupotrebljiva i moraju se ponoviti. Dobivene proračunate vrijednosti ne podudaraju se u potpunosti s mjerenim vrijednostima, ali njihova odstupanja nisu značajna.

Iz dobivenih rezultata zaključuje se kako odgovaraju unaprijed napravljenoj teoretskoj analizi. Primjećuje se odstupanje kod pravokutnog valnog oblika gdje je mjerenjem i pomoću Matlaba dobiveno da je 3. harmonik 3 puta manji od osnovnog, 5. harmonik 5 puta, *n*-ti harmonik *n* puta, itd., dok je u proračunu dobiveno da je 3. harmonik 2 puta manji od osnovnog.

Teorijskim rastavom u Fourierov red dobije se da je fazni pomak 0, no mjerenjem dobijemo da efektivna vrijednost nije 0, nego je zanemarivo mala. Ako se ta mala vrijednost ne zanemari nego se uvrsti u $\varphi = \tan^{-1}(A(n)/B(n))$, dobije se da je fazni pomak $\varphi \neq 0$.

Kod punjenja i pražnjenja RC člana vidi se kako se s povećanjem RC konstante povećava i vrijeme punjenja odnosno pražnjenja člana. Pritom su razlike izračunatih vrijednosti i vrijednosti dobivenih iz mjerenja zanemarive.

LITERATURA

[1] Georgi P. Tolstov – *Fourier Series*, 1976.

[2] A. Šantić, *Elektronička instrumentacija*, Školska knjiga, 1993.

[3] V. Bego, „*Mjerenja u elektrotehnici*“, Graphis, Zagreb, 2003.

[4] B. Kuzmanović, „*Osnove elektrotehnike II“,* 2. izdanje, Element, Zagreb, 2002.

SAŽETAK

Svaka periodična funkcija $y(t)$ može se prikazati pomoću Fourierovog reda kao suma sinusnih i kosinusnih članova čije su frekvencije cjelobrojni višekratnici osnovne frekvencije. Prije svakog mjerenja u laboratoriju bilo je potrebno matematički dobiti vrijednosti za svaki sinusni, pravokutni i trokutasti valni oblik. Sva mjerenja u laboratoriju obavljena su digitalnim osciloskopom, koji se svojim mogućnostima uvelike razlikuje od analognog osciloskopa. Za punjenje i pražnjenje RC člana, osim osciloskopa, korišteni su i istosmjerni izvor, mjerni instrument, kapacitivna i otpornička dekada. Dobiveni rezultati spremljeni su na računalo te su obrađeni pomoću Microsoft Excela.

Ključne riječi: Fourierov red, digitalni osciloskop, istosmjerni izvor, kapacitivna dekada, otpornička dekada, punjenje RC člana, pražnjenje RC člana

Measuring waveform using digital instrument and oscilloscope

ABSTRACT

Every periodic function $y(t)$ can be represented through a Fourier series as the sum of the sine and cosine waves, whose frequencies are the integer multiples of the basic frequency. Prior to conducting laboratory measuring, it was necessary to calculate mathematical values for each sinusoidal, rectangular and triangular wave form.

All measurements in the laboratory were performed by a digital oscilloscope, which significantly differs from the analogue oscilloscope. For RC charging circuit and RC discharging circuit are, along with an oscilloscope, used a DC source, a measurement instrument, a capacitance and a resistance decade box. All the results were saved to the computer and processed using Microsoft Excel.

Key words: Fourier series, digital oscilloscope, DC source, capacitance decade, resistance decade, RC circuit charging, RC circuit discharging

ŽIVOTOPIS

Marijana Brnada rođena je 24.8.1994. u Livnu, BiH. Osnovnu školu završava u Dardi, a potom upisuje Prvu gimnaziju Osijek. Nakon završetka srednjoškolskog obrazovanja upisuje preddiplomski studij elektrotehnike na Fakultetu elektrotehnike, računarstva i informacijskih tehnologija, gdje se na drugoj godini opredjeljuje za smjer Komunikacije i informatika.

Tijekom školovanja sudjelovala je na županijskim natjecanjima iz povijesti, biologije i kemije te na Lidranu u kategoriji pojedinačnog nastupa.

_____

(potpis)

PRILOZI

Prilog 1: Predložak za laboratorijsku vježbu

1. Teorijski uvod

Svaka periodična funkcija $y(t)$ može se prikazati pomoću Fourierovog reda kao suma sinusnih i kosinusnih članova čije su frekvencije cjelobrojni višekratnici osnovne frekvencije, što je prikazano jednadžbom (2-1):

$$y(t) = A(0) + \sum_{n=1}^{\infty} \left[\hat{A}(n)\cos(n\omega t) + \hat{B}(n)\sin(n\omega t)\right] \qquad (1)$$

Gdje je:

$y(t)$ – trenutna vrijednost funkcije/signala
$A(0)$ - srednja vrijednost funkcije (istosmjerna komponenta)
$\hat{A}(n), \hat{B}(n)$ – tjemena vrijednost *n*-tog kosinusnog/sinusnog člana
ω - osnovna frekvencija

$A(0)$, $\hat{A}(n)$ i $\hat{B}(n)$ se računaju prema sljedećim relacijama:

$$A(0) = \frac{1}{T}\int_0^T y(t)dt \qquad (2)$$

$$\hat{A}(n) = \frac{2}{T}\int_0^T y(t)\cos(n\omega t)\,dt \qquad (3)$$

$$\hat{B}(n) = \frac{2}{T}\int_0^T y(t)\sin(n\omega t)\,dt \qquad (4)$$

Kada je potrebno iz poznatih koeficijenata Fourierovog reda ($\hat{A}(n),\ \hat{B}(n), \hat{C}(n)$) izračunati efektivnu vrijednost, tada je najjednostavnije koristiti Parsevalov teorem, tj. efektivna vrijednost signala je:

$$Y = \sqrt{A^2(0) + \frac{1}{2}\sum_{n=1}^{\infty}\left[\hat{A}^2(n) + \hat{B}^2(n)\right]} = \sqrt{A^2(0) + \frac{1}{2}\sum_{n=1}^{\infty}\hat{C}^2(n)}$$

U tablici 1 napisani su izrazi za proračun amplitudnog spektra pojedinog valnog oblika signala koji su generirani pri radu u laboratoriju.

Tablica 4 Izrazi za amplitudni spektar signala

Valni oblik	**Spektar**
Sinusni $u(t) = \widehat{U}\sin(2\pi f_0 t)$	$\hat{C}(f) = \begin{cases} \widehat{U} & f = f_0 \\ 0 & inače \end{cases}$
Pravokutni $u(t) = \begin{cases} \widehat{U} & 0 < t < \frac{1}{2f_0} \\ -\widehat{U} & \frac{1}{2f_0} < t < \frac{1}{f_0} \end{cases}$	$\hat{C}(f) = \begin{cases} \frac{4\widehat{U}}{n\pi} & f = (2n-1)f_0 \\ 0 & inače \end{cases}$ $n \in \mathbb{N}$
Trokutasti $u(t) = \begin{cases} 4\widehat{U}f_0 t & t \in \left[0, \frac{1}{4f_0}\right] \\ -4\widehat{U}f_0\left(t - \frac{1}{4f_0}\right) + \widehat{U} & t \in \left[\frac{1}{4f_0}, \frac{3}{4f_0}\right] \\ 4\widehat{U}f_0\left(t - \frac{3}{4f_0}\right) - \widehat{U} & t \in \left[\frac{3}{4f_0}, \frac{1}{f_0}\right] \end{cases}$	$\hat{C}(f) = \begin{cases} \frac{8\widehat{U}}{\pi^2 n^2} & f = (2n-1)f_0 \\ 0 & inače \end{cases}$ $n \in \mathbb{N}$

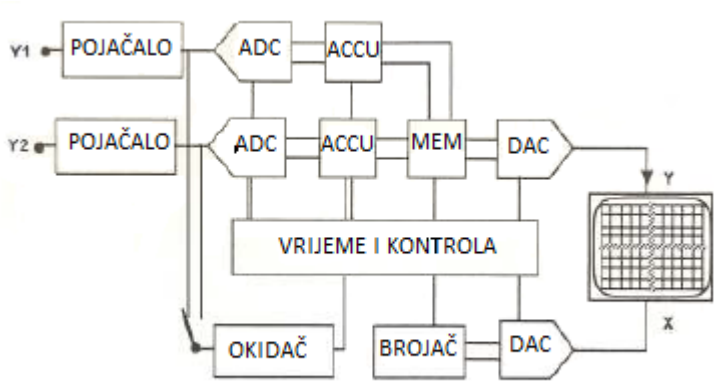
2. Mjerenje osciloskopom

Osciloskop je uređaj koji omogućuje dvodimenzionalni prikaz trenutnih vrijednosti promjenjivih veličina kao što su struja i napon u ovisnosti o vremenu.

Digitalni osciloskopi svojim mogućnostima nadmašuju analogne osciloskope, i razlikuju se u cijeni. Sastoje se od digitalnih i analognih sklopova. Ulazni analogni signal se nakon prilagodbe u ulaznom analognom dijelu digitalnog osciloskopa (djelilu i pretpojačalu) digitalizira u A/D pretvorniku, tj. pretvara u niz brojčanih vrijednosti, koje se zatim pamte u memoriji za prihvat. U trenutku kada sklop za sinkronizaciju pošalje okidni impuls, podatci se iz memorije za prihvat prenose u memoriju za prikaz, i ti se podatci očitavaju i pomoću D/A pretvornika pretvaraju u obnovljeni ulazni analogni signal. Obnovljeni signal se pojačava i simetrira u izlaznom pojačalu vertikalnog otklonskog sustava. Slika signala se crta na zaslonu KC pomoću pilastog napona odgovarajućeg trajanja. Digitalizacija ulaznog analognog signala se sastoji od tri koraka: uzorkovanja, kvantizacije i kodiranja. Ako je frekvencija signala viša, pa je broj uzoraka manji od dva po periodi, dolazi do tzv. aliasing pogreške - pojave da se pri obnavljanju signala generira komponenta signala niske frekvencije koja ne postoji u izvornom signalu. Kod nesinusnih signala dovoljno je da mjerni signal sadrži harmonik frekvencije više od Nyquistove frekvencije (polovice frekvencije uzimanja uzoraka), pa da signal bude izobličen.

Koriste se dva načina uzorkovanja: uzorkovanje u realnom vremenu i uzorkovanje u ekvivalentnom vremenu.

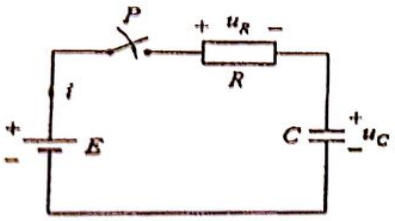
Digitalnim se osciloskopima osim automatskog postavljanja mirne slike, te promatranja i mjerenja raznih parametara signala, signali mogu matematički obrađivati: zbrajati, oduzimati, množiti, integrirati, diferencirati. Može se vršiti spektralna analiza signala pomoću brze Fourierove transformacije (FFT), računati efektivna vrijednost, itd. Na slici 1.1 prikazani su osnovni dijelovi digitalnog osciloskopa.

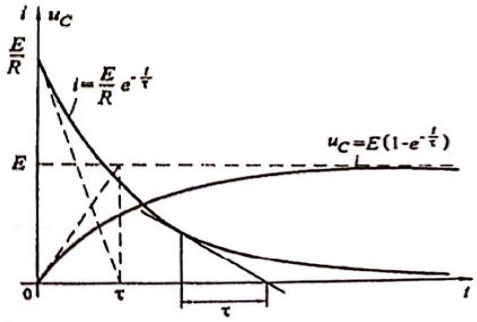


Slika 1 Osnovni dijelovi digitalnog osciloskopa

3. Punjenje i pražnjenje RC člana

Na slici 1.2 a) prikazan je kapacitet prije uključivanja prekidača P kada je nenabijen, odnosno kada je $u_C(0) = 0$. Tada je i energija u kapacitetu jednaka nuli. Zbog toga će od trenutka uključivanja $t = 0$ poteći struja koja će nabijati kapacitet. Struja će teći sve dok se kapacitet ne nabije na napon izvora.



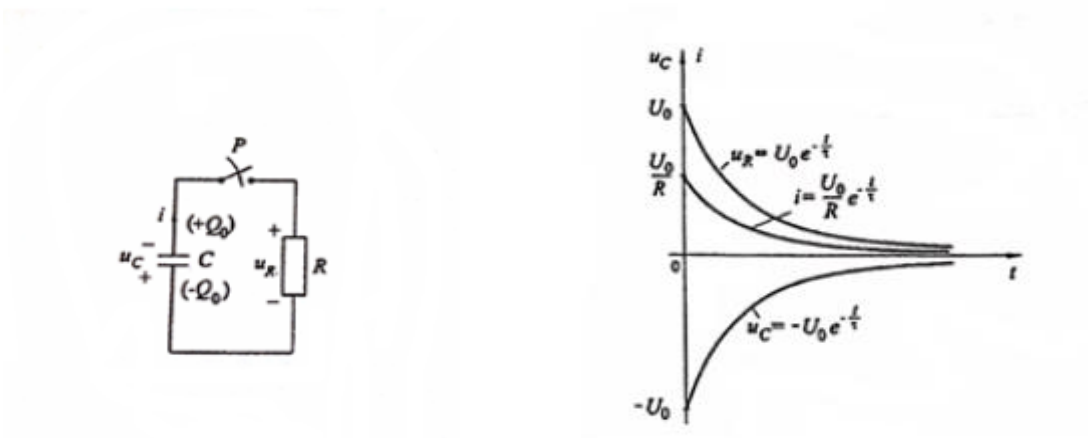


a) b)

Slika 2 Priključenje serijskog RC spoja na istosmjernu EMS: a) shema spoja; b) struja i napon na kapacitetu nakon uključenja

U trenutku uključenja napon na kapacitetu je nula, a zatim postupno raste; dok u t = 0 struja poprima maksimalnu vrijednost $I_0 = \frac{E}{R}$, a potom eksponencijalno opada. Brzina promjene napona i struje ovisi o konstanti kruga $\tau = RC$, koja ima dimenziju vremena pa se zato zove vremenska konstanta strujnog kruga. Što je manja vremenska konstanta, porast napona na kapacitetu je brži, a struja brže opada. Na slici 3.1 b) grafički su prikazani napon nabijanja kapaciteta $u_C(t)$ i struja $i(t)$. Vremenska konstanta τ može se lako grafički odrediti, jer eksponencijalna krivulja ima svojstvo da je dužina suptangente bilo koje točke krivulje jednaka vremenskoj konstanti τ.

Na slici 1.2 a) prikazan je kapacitet C nabijen na napon U_0 i izbija se preko otpora R, nakon zatvaranja prekidača P u trenutku $t = 0$. Za referentni smjer struje odabran je smjer struje izbijanja, a referentni smjerovi napona u_R i u_C usklađeni su sa smjerom struje. Na slici 3.2 b) grafički su prikazani struja i naponi na kapacitetu i otporu. Činjenica da je struja u trenutku $t = 0$ maksimalna i da eksponencijalno opada do nule, pruža nam mogućnost da problem riješimo bez diferencijalne jednadžbe. Za to je potrebno znati početni napon i RC elemente. Izbijanje kapaciteta preko otpora teoretski traje beskonačno, a praktički već nakon $t = 5\tau$ napon na kapacitetu je praktički zanemariv jer iznosi svega 0.67 % početne vrijednosti U_0 ($u_C(5\tau) = 0{,}0067U_0$). Sva energija nabijenog kapaciteta $W_C = \frac{CU_0^2}{2}$ prešla je pri izbijanju kapaciteta u toplinsku energiju na otporu R $W_R = \int_0^\infty i^2\, Rdt = \frac{U_0^2}{R}\int_0^\infty e^{-\frac{2t}{RC}}dt = \frac{CU_0^2}{2}$.



a) b)

Slika 3 Izbijanje kapaciteta a) shema spoja b) struja i naponi na R i C nakon isključenja

A. Pitanja za pripremu

1. Izračunati vremenske konstante RC kruga za sljedeće vrijednosti otpora i kapaciteta:
   a) $R = 2\ M\Omega, C = 2\ \mu F$
   b) $R = 2\ M\Omega, C = 3\ \mu F$
   c) $R = 2\ M\Omega, C = 4\ \mu F$
   d) $R = 3\ M\Omega, C = 2\ \mu F$
   e) $R = 4\ M\Omega, C = 2\ \mu F$

B. Rad na vježbi

1.) Mjerenje osciloskopom

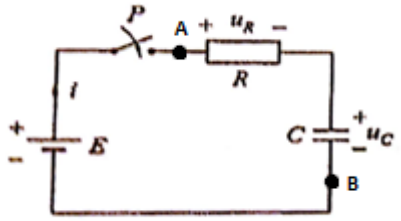
a) Spojiti osciloskop s računalom (USB) i pokrenuti program za rad s osciloskopom. Spojiti osciloskop s funkcijskim generatorom (BNC) i podesiti frekvenciju signala na 1 kHZ amplitude 10V od vrha do vrha. Vremensku bazu osciloskopa postaviti tako da se na zaslonu osciloskopa

pojavi između 4 i 10 cijelih perioda signala. Za tri različita valna oblika (sinusni, trokutasti, pravokutni) bez istosmjerne komponente potrebno je:

b) Prenijeti sliku valnog oblika (vremenska domena, y-t režim rada) na računalo i spremiti (slika je dio izvještaja)
c) Prenijeti i spremiti uzorke napona koji se vidi na zaslonu osciloskopa, tj. spremiti podatke u .csv formatu.
d) Pokrenuti program iz Matlaba koji računa spektar iz podataka spremljenih u .csv datoteci. Označiti vrijednosti amplitude i frekvencije pojedinog harmonika. Dobivene slike spremiti.
e) Podesiti osciloskop tako da prikazuje spektar (FFT). Prenijeti i spremiti sliku spektra na računalo.
f) Samo sinusnom valnom obliku potrebno je dodati istosmjernu komponentu (5V) i ponoviti prethodne korake od a) do d).
g) Zatim je potrebno sinusnom valnom obliku bez istosmjerne komponente podesiti frekvenciju na 3kHz i postaviti vremensku bazu osciloskopa tako da na zaslonu osciloskopa nije obuhvaćen cjelobrojni višekratnik perioda. Za navedeni slučaj također provesti korake od a) do d).

2.) Mjerenje vremenske konstante RC člana

a) Spojiti mjernu opremu prema slici 4. *E* je istosmjerni izvor napajanja koji treba podesiti na 10 V, a za *R* i *C* uzeti otporničku i kapacitivnu dekadu. Točke A i B su mjerne točke u koje se spaja osciloskop. Osciloskop također spojiti na računalo.



Slika 4 Shema spoja

b) Mjerenje punjenja i pražnjenja RC člana vršiti za sljedeće vrijednosti otpora i kapaciteta:
   1.) $R = 2\ M\Omega, C = 2\ \mu F$
   2.) $R = 2\ M\Omega, C = 3\ \mu F$
   3.) $R = 2\ M\Omega, C = 4\ \mu F$
   4.) $R = 3\ M\Omega, C = 2\ \mu F$
   5.) $R = 4\ M\Omega, C = 2\ \mu F$
c) Za punjenje RC člana namjestiti zadane vrijednosti na dekadama, pokrenuti snimanje na računalu te uključiti istosmjerni izvor. Snimanje obavljati u trajanju do maksimalno 1 min. Potom spremiti mjerne rezultate na računalu pa ugasiti istosmjerni izvor.
d) Korak c) ponavljati za svih 5 vrijednosti otpora i kapaciteta navedenim pod b).
e) Za pražnjenje RC člana namjestiti zadane vrijednosti na dekadama. Prije snimanja je potrebno upaliti istosmjerni izvor kako bi se RC član napunio. Nakon isteka maksimalno jedne minute punjenja pokrenuti snimanje na računalu te RC član kratko spojiti. Nakon nekoliko trenutaka snimiti mjerne rezultate na računalu.
f) Korak e) ponavljati za svih 5 vrijednosti otpora i kapaciteta navedenim pod b).

C. Zadatci za izvještaj

1.) Prema tablici 1 izračunati vrijednosti amplitude spektra za prvih 8 harmonika za svaki valni oblik.

Tablica 5 Izračunate vrijednosti harmonika pojedinih valnih oblika

n	**f_n**	**Sinusni** $\widehat{C}(n)$	**Pravokutni** $\widehat{C}(n)$	**Trokutasti** $\widehat{C}(n)$
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				

2.) Mjerne rezultate obraditi u Excelu te na za to predviđena mjesta zalijepiti dobivene rezultate i grafove.

a)	b)
c)	d)

Slika 5 a) Sinusni, 1kHz, Osciloskop; b) Sinusni napon, 1kHz; c) Sinusni, FFT; d) Spektar sinusnog napona

a)	b)
c)	d)

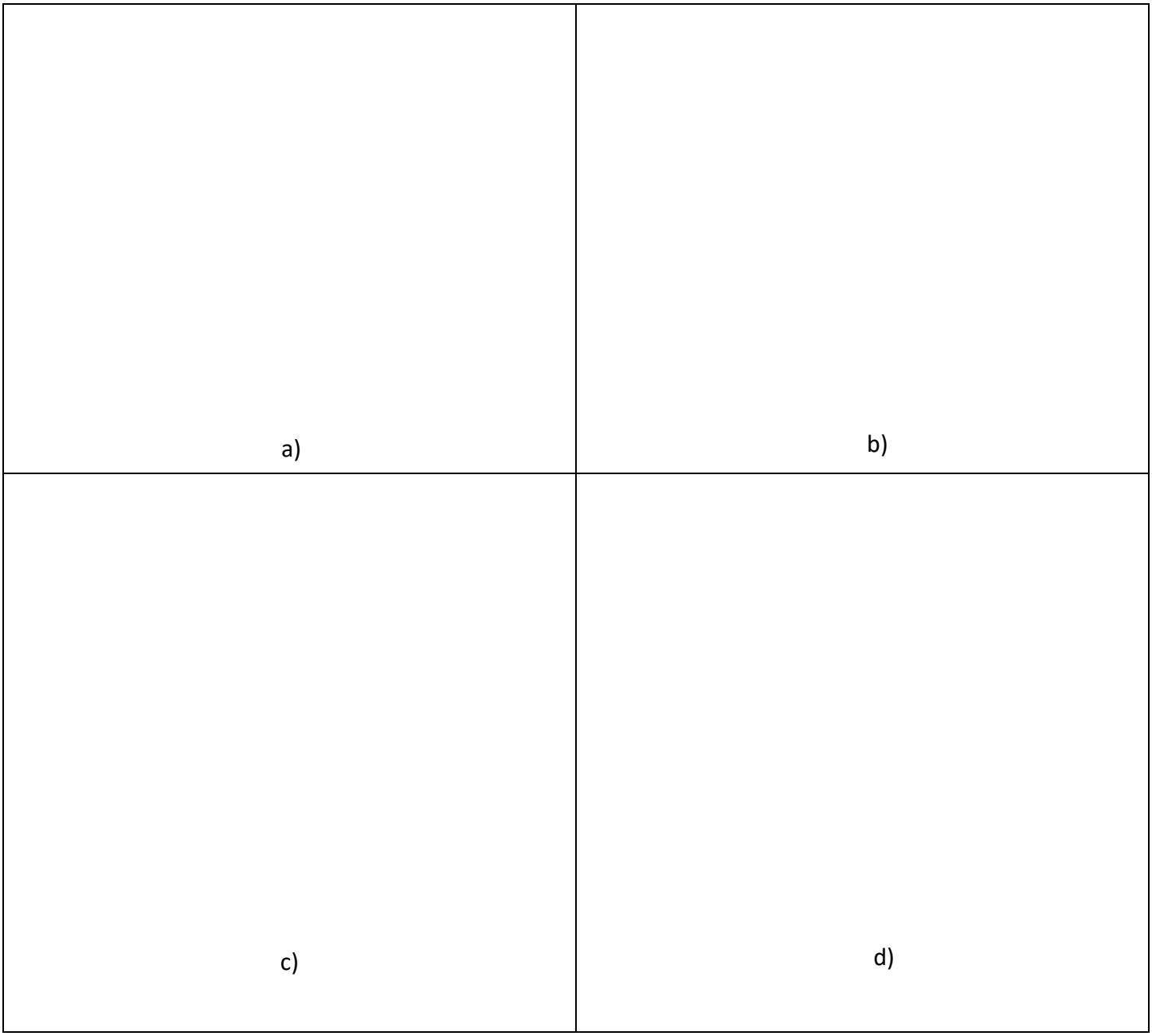
Slika 6 a) Pilasti, 1 kHz, Osciloskop; b) Pilasti, 1 kHz; c) Pilasti, FFT; d) Pilasti spektar

a)	b)
c)	d)

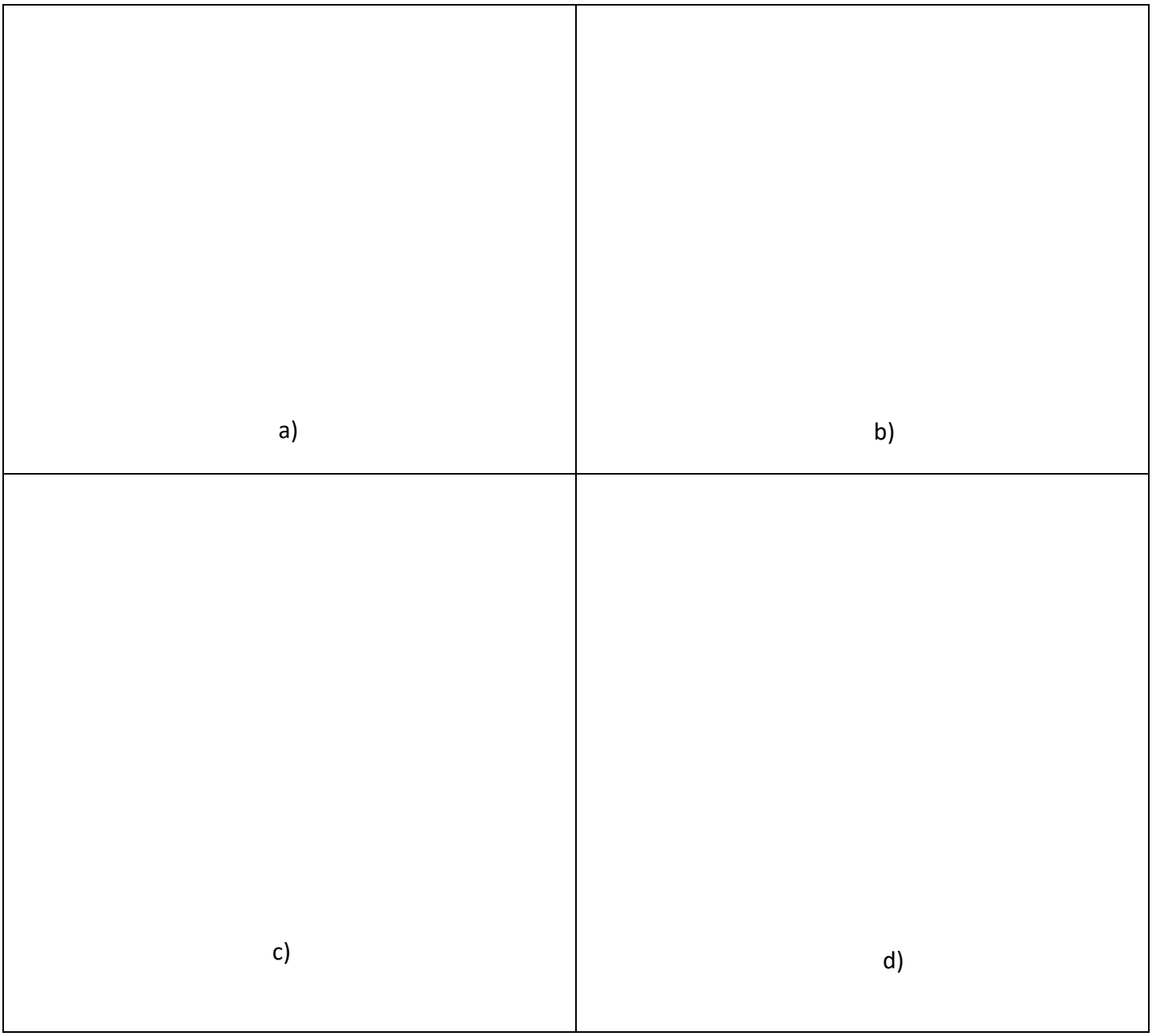
Slika 7 a) Pravokutni, 1kHz, Osciloskop; b) Pravokutni, 1kHz; c) Pravokutni, FFT; d) Pravokutni spektar

a)	b)
c)	d)

Slika 8 a) Sinusni s DC komponentom, Osciloskop; b) Sinusni s DC komponentom; c) Sinusni s DC komponentom, FFT; d) Sinusni s DC komponentom, spektar



Slika 9 a) Sinusni s negativnom DC komponentom; b) Sinusni s negativnom DC komponentom; c) Sinusni s negativnom DC komponentom, FFT; d) Sinusni s negativnom DC komponentom, Spektar



Slika 10 a) Sinusni, 3kHz, Osciloskop; b) Sinusni, 3kHz; c) Sinusni, 3 kHz, FFT; d) Sinusni spektar

a)	b)

Slika 21 a) Punjenje RC člana; b) Pražnjenje RC člana

3.) Izračunate vrijednosti amplituda spektra iz zadatka 1 usporediti s izmjerenim vrijednostima na slikama 5 do 10 te komentirati rezultate.
4.) Prema slici 11. b) grafički odrediti vremensku konstantu RC člana.