Mjerna nesigurnost izravnog i neizravnog mjerenja otpora, kapaciteta i induktiviteta

Tomašević, Bernard

Undergraduate thesis / Završni rad

2017

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **Josip Juraj Strossmayer University of Osijek, Faculty of Electrical Engineering, Computer Science and Information Technology Osijek / Sveučilište Josipa Jurja Strossmayera u Osijeku, Fakultet elektrotehnike, računarstva i informacijskih tehnologija Osijek**

Permanent link / Trajna poveznica: https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:200:207692

Rights / Prava: In copyright / Zaštićeno autorskim pravom.

Download date / Datum preuzimanja: **2024-04-25**

Repository / Repozitorij:

Faculty of Electrical Engineering, Computer Science and Information Technology Osijek

SVEUČILIŠTE JOSIPA JURJA STROSSMAYERA U OSIJEKU
FAKULTET ELEKTROTEHNIKE, RAČUNARSTVA I INFORMACIJSKIH TEHNOLOGIJA OSIJEK

Sveučilišni studij

MJERNA NESIGURNOST IZRAVNOG I NEIZRAVNOG MJERENJA OTPORA, KAPACITETA I INDUKTIVITETA

Završni rad

Bernard Tomašević

Osijek, 2017.

FERIT
FAKULTET ELEKTROTEHNIKE, RAČUNARSTVA I INFORMACIJSKIH TEHNOLOGIJA OSIJEK

Obrazac Z1P - Obrazac za ocjenu završnog rada na preddiplomskom sveučilišnom studiju

Osijek, 17.09.2017.

Odboru za završne i diplomske ispite

Prijedlog ocjene završnog rada

Ime i prezime studenta:	Bernard Tomašević
Studij, smjer:	Preddiplomski sveučilišni studij Elektrotehnika
Mat. br. studenta, godina upisa:	3974, 18.07.2014.
OIB studenta:	03434393125
Mentor:	Izv.prof.dr.sc. Kruno Miličević
Sumentor:	Ivan Biondić
Sumentor iz tvrtke:	
Naslov završnog rada:	Mjerna nesigurnost izravnog i neizravnog mjerenja otpora, kapaciteta i induktiviteta
Znanstvena grana rada:	**Elektrostrojarstvo (zn. polje elektrotehnika)**
Predložena ocjena završnog rada:	Izvrstan (5)
Kratko obrazloženje ocjene prema Kriterijima za ocjenjivanje završnih i diplomskih radova:	Primjena znanja stečenih na fakultetu: 2 bod/boda Postignuti rezultati u odnosu na složenost zadatka: 3 bod/boda Jasnoća pismenog izražavanja: 2 bod/boda Razina samostalnosti: 3 razina
Datum prijedloga ocjene mentora:	17.09.2017.
Datum potvrde ocjene Odbora:	

Potpis mentora za predaju konačne verzije rada u Studentsku službu pri završetku studija:	Potpis:
	Datum:

FERIT
FAKULTET ELEKTROTEHNIKE, RAČUNARSTVA
I INFORMACIJSKIH TEHNOLOGIJA **OSIJEK**

IZJAVA O ORIGINALNOSTI RADA

Osijek, 24.09.2017.

Ime i prezime studenta:	Bernard Tomašević
Studij:	Preddiplomski sveučilišni studij Elektrotehnika
Mat. br. studenta, godina upisa:	3974, 18.07.2014.
Ephorus podudaranje [%]:	1

Ovom izjavom izjavljujem da je rad pod nazivom**: Mjerna nesigurnost izravnog i neizravnog mjerenja otpora, kapaciteta i induktiviteta**

izrađen pod vodstvom mentora Izv.prof.dr.sc. Kruno Miličević

i sumentora Ivan Biondić

moj vlastiti rad i prema mom najboljem znanju ne sadrži prethodno objavljene ili neobjavljene pisane materijale drugih osoba, osim onih koji su izričito priznati navođenjem literature i drugih izvora informacija.
Izjavljujem da je intelektualni sadržaj navedenog rada proizvod mog vlastitog rada, osim u onom dijelu za koji mi je bila potrebna pomoć mentora, sumentora i drugih osoba, a što je izričito navedeno u radu.

Potpis studenta:

SVEUČILIŠTE JOSIPA JURJA STROSSMAYERA U OSIJEKU
FAKULTET ELEKTROTEHNIKE, RAČUNARSTVA I INFORMACIJSKIH TEHNOLOGIJA OSIJEK

IZJAVA

Ja, Bernard Tomašević, OIB: 03434393125, student/ica na studiju: Preddiplomski sveučilišni studij Elektrotehnika, dajem suglasnost Fakultetu elektrotehnike, računarstva i informacijskih tehnologija Osijek da pohrani i javno objavi moj **završni rad**:

Mjerna nesigurnost izravnog i neizravnog mjerenja otpora, kapaciteta i induktiviteta

u javno dostupnom fakultetskom, sveučilišnom i nacionalnom repozitoriju.

Osijek, 24.09.2017.

_____

potpis

SADRŽAJ

1. UVOD 1
   1.1. Zadatak završnog rada 1
2. MJERNA NESIGURNOST POSREDNOG MJERENJA 2
   2.1. Uvod u izračun složene mjerne nesigurnosti 2
   2.2. Zadaci za pripremu 3
   2.3. Rad na vježbi 8
      2.3.1. Mjerenje specifične otpornosti žice 8
         2.3.1.1. Opis zadatka 8
         2.3.1.2. Popis opreme 8
         2.3.1.3. Postupak 10
      2.3.2. Serijski/paralelni spoj kondenzatora 21
         2.3.2.1. Opis zadatka 21
         2.3.2.2. Popis opreme 21
         2.3.2.3. Postupak 22
   2.4. Zadaci za izvještaj 25
3. SERIJSKI RL STRUJNI KRUG IZMJENIČNE STRUJE 27
   3.1. Zadaci za pripremu 27
   3.2. Rad na vježbi 28
      3.2.1. Opis zadatka 28
      3.2.2. Popis opreme 28
      3.2.3. Postupak 28
   3.3. Zadaci za izvještaj 30
4. ZAKLJUČAK 32
   LITERATURA 33
   SAŽETAK 35
   ŽIVOTOPIS 36
   PRILOZI 37

1. UVOD

Prema definiciji mjerenje bi bilo proces dobivanja brojčanog podatka u odnosu na jedinicu mjere čime dobivamo mjerni rezultat, odnosno brojčanu vrijednost koja opisuje koliko je puta neka mjerna veličina veća ili manja od mjerne jedinice. Mjerenje izvodimo mjernim instrumentom, a može se podijeliti na izravno i posredno (neizravno) mjerenje. Kod izravnih mjerenja mjerni rezultat se očita s mjernog instrumenta, a kod neizravnih mjerenja mjerni rezultat se dobije izračunom dvije ili više izmjerene veličine. Budući da sva mjerenja podliježu određenim pogreškama (slučajne, sistemske i grube pogreške) uvodimo pojam mjerna nesigurnost. Mjerna nesigurnost mjera je za točnost rezultata koja označava raspon vrijednosti unutar kojih se nalazi prava vrijednost. Ona se prema metodi procjenjivanja može razvrstati u dvije grupe: mjerna nesigurnost tipa A te mjerna nesigurnost tipa B. Mjerna nesigurnost tipa A određuje se eksperimentalno, ponavljanjem mjerenja pri jednakim uvjetima te se zasniva na Gaussovoj razdiobi. Mjerna nesigurnost tipa B ne ovisi o broju mjerenja, računa se s obzirom na granične pogreške mjernog instrumenta (analogni ili digitalni), a temelji se na pravokutnoj razdiobi. Ukupna mjerna nesigurnost je geometrijski zbroj mjerne nesigurnosti tipa A i tipa B. Razlikujemo standardnu mjernu nesigurnost čija je vjerojatnost oko 68% te proširenu mjernu nesigurnost kojom pomoću obuhvatnog faktora povećavamo pouzdanost podataka na 95 i više %.

1.1. Zadatak završnog rada

Zadatak završnog rada izrada je i provedba nove laboratorijske vježbe iz kolegija Osnove mjerenja čiji je cilj upoznati studente s izračunom mjerne nesigurnosti izravnog i neizravnog mjerenja otpora i kapaciteta (uz dodani izračun za induktivitet u svrhu završnog rada).

2. MJERNA NESIGURNOST POSREDNOG MJERENJA

2.1. Uvod u izračun složene mjerne nesigurnosti

Mjerenja se mogu podijeliti na izravna i neizravna, razlika će biti objašnjena na primjeru mjerenja otpora. Kod izravnih mjerenja, mjerna nesigurnost se određuje na temelju graničnih pogrešaka mjernih uređaja na kojim se fizikalna veličina izravno očita, npr. pri izravnom mjerenju otpora ohmmetrom. Dok se kod neizravnih mjerenja takva metoda ne može primijeniti jer u postupku mjerenja sudjeluje više instrumenata koji vrlo često mjere različite fizikalne veličine pa se postavlja pitanje kako od mjernih nesigurnosti različitih veličina dobiti mjernu nesigurnost veličine koja nije izravno mjerena, npr. pri mjerenju otpora U-I metodom. Pri svakom neizravnom mjerenju javlja se matematički model koji povezuje vrijednost posredno mjerene veličine (otpora) s izravno mjerenim veličinama (napon i struja). Dakle, pri posrednim se mjerenjima mjerena (izlazna) veličina y često određuje iz N ulaznih međusobno nezavisnih veličina x_1, x_2, …, x_N, koje su funkcijski povezane matematičkim modelom [1]:

$$y = F(x_1, x_2, \dots, x_N) \tag{2-1}$$

Pretpostavlja se da je svaka ulazna veličina ispravljana za iznos poznatih sistematskih pogrešaka. Ulazne veličine mogu biti i utjecajne veličine. Utjecajne veličine su veličine koje nisu predmet mjerenja, ali utječu na mjerni rezultat (npr. temperatura, vlaga, …). Složena (apsolutna) nesigurnost mjernog rezultata y procjenjuje se tada izrazom [1]:

$$u_a(y) = \sqrt{\sum_{i=1}^{N} \left[\frac{\partial F}{\partial x_i} u_a(x_i)\right]^2} \tag{2-2}$$

Gdje se parcijalna derivacija $\frac{\partial F}{\partial x_i}$ naziva koeficijent utjecajnosti (osjetljivosti), a $u_a(x_i)$ su (apsolutne) nesigurnosti ulaznih veličina x_i.

Bitno je naglasiti kako izraz za mjernu nesigurnost (2-2) vrijedi ako su ulazne veličine nezavisne. U rijetkim slučajevima, kada neke od ulaznih veličina međusobno koreliraju, treba odrediti njihovu kovarijancu i primijeniti zakon širenja (2-3). Ovisno o vrsti (predznaku) korelacije i predznacima parcijalnih derivacija mjerna nesigurnost rezultata mjerenja može biti ili veća ili manja u odnosu na nesigurnost prama izrazu (2-2) [1].

$$u_a(y) = \sqrt{\sum_{i=1}^{N}\left[\frac{\partial F}{\partial x_i}u_a(x_i)\right]^2 + 2\sum_{i=1}^{N-1}\sum_{j=i+1}^{N}\frac{\partial F}{\partial x_i}\frac{\partial F}{\partial x_j}u_a(x_i, x_j)} \qquad (2\text{-}3)$$

Gdje su $u_a(x_i, x_j)$ procjene kovarijance pripadnih varijabli x_i i x_j.

Kovarijanca dvaju slučajnih varijabli je mjera njihove međusobne ovisnosti. Ona se određuje eksperimentalno, ili temeljem raspoloživih informacija o njihovoj korelaciji.

Primjer 1. Masa tijela m izmjerena je nul-metodom (polužnom vagom) s pomoću dva utega $m_1 = (1{,}0000 \pm 0{,}0050)$ kg i $m_2 = (0{,}5000 \pm 0{,}0040)$ kg. Mjerna nesigurnost izmjerene mase, uz zanemarenije nesigurnosti određivanja ravnotežnog položaja vage iznosi:

$$u(m) = \sqrt{0{,}0050^2 + 0{,}0040^2} = 0{,}0064 \text{ kg}$$

Ako matematički model sadrži samo množenje, dijeljenje, odnosno potenciranje međusobno nezavisnih ulaznih veličina, $y = F(x_1, x_2, \dots, x_N) = c x_1^{e_1} x_2^{e_2} \dots x_N^{e_N}$, prikladnije je računati s relativnim ili postotnim nesigurnostima [1]:

$$u_{\%}(y) = \sqrt{\sum_{i=1}^{N}\left[\frac{\partial F}{\partial x_i}\frac{x_i}{F}u_{\%}(x_i)\right]^2} = \sqrt{\sum_{i=1}^{N}[e_i \cdot u_{\%}(x_i)]^2}$$

Primjer 2. Pri mjerenju snage ampermetrom ($P = I^2R$) na otporniku poznata otpora $R = (1{,}0000 \pm 0{,}0040)\ \Omega$ izmjerena je struja $I = (10{,}000 \pm 0{,}050)$ A. Nesigurnost izmjerene snage je:

$$u_{\%}(P) = \sqrt{[2u_{\%}(I)]^2 + [u_{\%}(R)]^2} = 1{,}1\%$$

2.2. Zadaci za pripremu

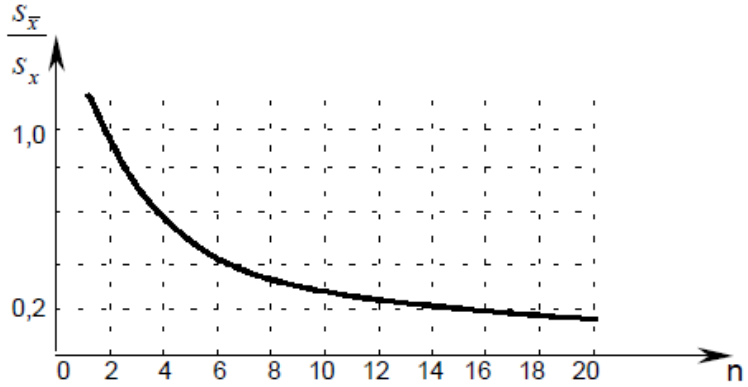
1) Što je matematički model mjerenja i kako se prema njemu računa složena mjerna nesigurnost?

Matematički model definira se kao skup matematičkih relacija koje opisuju ili definiraju veze pojedinih fizikalnih veličina u promatranom procesu [2]. Pri svakom neizravnom mjerenju javlja se matematički model koji povezuje vrijednost neizravno mjerene veličine s izravno mjerenim veličinama. Dakle, pri neizravnim se mjerenjima izlazna veličina (mjerni rezultat) dobije na temelju procjena ulaznih veličina i na temelju matematičkog modela funkcijske povezanosti izlazne veličine s ulaznim veličinama. Izraz (2-1) prikazuje upravo tu ovisnost, pri

čemu je: y – izlazna veličina, F – matematički model mjerenja, odnosno funkcijska povezanost izlazne veličine s ulaznim veličinama, x_N – ulazne (utjecajne) veličine.

2) Koji se tip nesigurnosti može smanjiti ponavljanjem mjerenja?

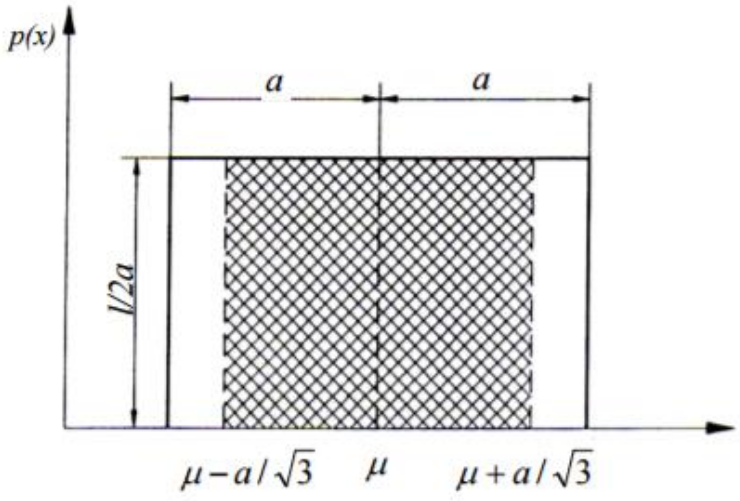
Budući da se nesigurnost tipa A zasniva na Gaussovoj razdiobi, te da se iskazuje standardnim odstupanjem, ponavljanjem mjerenja i računanjem aritmetičke sredine, može se smanjiti nesigurnost rezultata uzrokovana slučajnim odstupanjima i to s djeliteljem $\sqrt{n}$. Dakako, nema smisla beskonačno povećavati broj mjerenja jer se pri velikom broju n standardno odstupanje relativno malo smanjuje što je vidljivo iz slike 2.1.



Slika 2.1. Utjecaj broja mjerenja na standardno odstupanje

3) Koliko je standardno odstupanje pravokutne razdiobe, tj. kako se računa B tip mjerne nesigurnosti iz apsolutne granične pogreške?

Nesigurnost tipa B ne ovisi o broju mjerenja, računa se s obzirom na granične pogreške mjernog instrumenta (analogni ili digitalni), a temelji se na pravokutnoj razdiobi kao što je prikazano na slici 2.2.



Slika 2.2. Pravokutna razdioba [3]

Pouzdanost rezultata je 100% ako se za pravokutnu razdiobu koriste obuhvatni faktori veći od $\sqrt{3}$ zbog toga šti se mjerna nesigurnost tipa B računa na temelju pravokutne razdiobe, a standardno odstupanje pravokutne razdiobe granica je te pravokutne razdiobe kroz $\sqrt{3}$.

4) Što su utjecajne veličine?

Utjecajne veličine su veličine koje nisu predmet našeg mjerenja, ali utječu na mjerni rezultat (npr. pri mjerenju napona temperatura je utjecajna veličina).

5) Specifična otpornost materijala (žice) zadana je izrazom:

$$\rho = \frac{\pi R d^2}{4l}$$

Odredite mjernu nesigurnost specifične otpornosti ρ ako su dani sljedeći podatci na S razini: otpor R=(21,33$\pm$0,21) [$m\Omega$], promjer d=(1,382$\pm$0,010) [mm] i duljina l=(80,00$\pm$0,10) [cm]. Iskažite rezultat na S i N razini.

$$\rho = \frac{\pi R d^2}{4l} = \frac{\pi \cdot 21{,}33 \cdot 10^{-3} \cdot (1{,}382 \cdot 10^{-3})^2}{4 \cdot 80 \cdot 10^{-2}} = 3{,}99951045 \cdot 10^{-8}\ \Omega$$

$$u(\rho) = \sqrt{[\frac{\partial \rho}{\partial R} \cdot u(R)]^2 + [\frac{\partial \rho}{\partial d} \cdot u(d)]^2 + [\frac{\partial \rho}{\partial l} \cdot u(l)]^2}$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial R} = \frac{\pi d^2}{4l} = \frac{\pi \cdot (1{,}382 \cdot 10^{-3})^2}{4 \cdot 80 \cdot 10^{-2}} = 1{,}875063502 \cdot 10^{-6}$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial d} = \frac{2\pi R d}{4l} = \frac{\pi R d}{2l} = \frac{\pi \cdot 21{,}33 \cdot 10^{-3} \cdot 1{,}382 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 80 \cdot 10^{-2}} = 5{,}788003546 \cdot 10^{-5}$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial l} = -\frac{\pi R d^2}{4l^2} = -\frac{\pi \cdot 21{,}33 \cdot 10^{-3} \cdot (1{,}382 \cdot 10^{-3})^2}{4 \cdot (80 \cdot 10^{-2})^2} = -4{,}999388063 \cdot 10^{-8}$$

$$u(R) = 0{,}21 \cdot 10^{-3}\ \Omega$$

$$u(d) = 0{,}010 \cdot 10^{-3}\ m$$

$$u(l) = 0{,}10 \cdot 10^{-2}\ m$$

$$u(\rho) = 0{,}07018253365 \cdot 10^{-8} \xrightarrow{zaokruženo\ na\ dvije\ značajne\ znamenke} 0{,}070 \cdot 10^{-8}\ \Omega m$$

Iskaz rezultata na N razini:

$$L = ent\left[\log\left(\frac{u(\rho)}{1{,}2}\right)\right] = ent(-9{,}232952203) = -10$$

$$\rho = 4{,}00 \cdot 10^{-8}\ \Omega m$$

Iskaz rezultata na S razini:

$$u(\rho) = 7{,}0 \cdot 10^{-10}\ \Omega m$$

$$\rho = (400{,}0 \cdot 10^{-8} \pm 0{,}070 \cdot 10^{-8})\ \Omega m$$

6) Na raspolaganju imamo dva kondenzatora $C_1 = 100\,nF$ i $C_2 = 470\,nF$ s tolerancijom (graničnom pogreškom) od $\pm$10%. Potrebno je procijeniti mjernu nesigurnost nadomjesnog kapaciteta spajanjem navedena dva kondenzatora:

a) serijski

b) paralelno

Iskažite rezultat na S i N razini.

$$G_{C_1} = \pm\frac{10}{100} \cdot 100 = \pm 10\ nF$$

$$u(C_1) = \frac{|G_{C_1}|}{\sqrt{3}} = \frac{10}{\sqrt{3}} = 5{,}773502692\ nF$$

$$G_{C_2} = \pm\frac{10}{100} \cdot 470 = \pm 47\ nF$$

$$u(C_2) = \frac{|G_{C_2}|}{\sqrt{3}} = \frac{47}{\sqrt{3}} = 27{,}13546265$$

a) Serijski spoj kondenzatora:

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \Rightarrow C = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} = \frac{100 \cdot 470}{100 + 470} = 82{,}45614035\ nF$$

$$\frac{\partial C}{\partial C_1} = \frac{C_2(C_1 + C_2) - C_1 C_2}{(C_1 + C_2)^2} = \frac{470 \cdot (100 + 470) - 100 \cdot 470}{(100 + 470)^2} = 0{,}6799015082$$

$$\frac{\partial C}{\partial C_2} = \frac{C_1(C_1 + C_2) - C_1 C_2}{(C_1 + C_2)^2} = \frac{100 \cdot (100 + 470) - 100 \cdot 470}{(100 + 470)^2} = 0{,}03077870114$$

$$u(C) = \sqrt{[\frac{\partial C}{\partial C_1} \cdot u(C_1)]^2 + [\frac{\partial C}{\partial C_2} \cdot u(C_2)]^2} = 4{,}01328023\ nF \rightarrow 4{,}0\ nF$$

Iskaz rezultata na N razini:

$$L = ent\left[\log\left(\frac{u(C)}{1{,}2}\right)\right] = ent(0{,}5243182397) = 0$$

$$C = 82\ nF$$

Iskaz rezultata na S razini:

$$u(C) = 4{,}0\ nF$$

$$C = (82{,}4 \pm 4{,}0)\ nF$$

a) Paralelni spoj kondenzatora:

$$C = C_1 + C_2 = 100 + 470 = 570\ nF$$

$$\frac{\partial C}{\partial C_1} = 1$$

$$\frac{\partial C}{\partial C_2} = 1$$

$$u(C) = \sqrt{[\frac{\partial C}{\partial C_1} \cdot u(C_1)]^2 + [\frac{\partial C}{\partial C_2} \cdot u(C_2)]^2} = 27{,}74286695\ nF \rightarrow 28\ nF$$

Iskaz rezultata na N razini:

$$L = ent\left[\log\left(\frac{u(C)}{1{,}2}\right)\right] = ent(1{,}363970093) = 1$$

$$C = 570\ nF$$

Iskaz rezultata na S razini:

$$u(C) = 28\ nF$$

$$C = (570 \pm 28)\ nF$$

2.3. Rad na vježbi

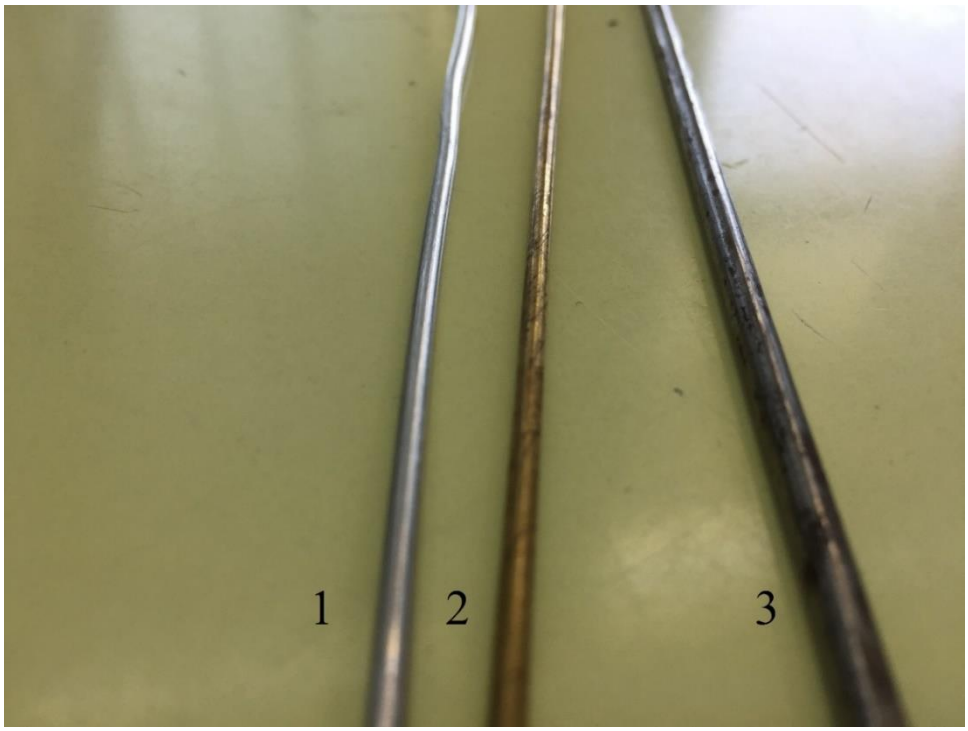
2.3.1. Mjerenje specifične otpornosti žice

2.3.1.1. Opis zadatka

Cilj je izračunati specifičnu otpornost ρ danih žica te iskazati mjerni rezultat na S i N razini. Izmjeriti dimenzije žice i izmjeriti otpor Thomsonovim mostom. Pogledati zadatak br. 5 iz pripreme.

2.3.1.2. Popis opreme

Tri neizolirane žice, pomično mjerilo ili mikrometarski vijak, mjerna traka, Thomsonov most, istosmjerni izvor napajanja i spojni vodiči. Prikaz opreme vidljiv je na slikama 2.3., 2.4. te 2.5.



Slika 2.3. Tri neizolirane žice (1 – aluminij, 2 – mjed, 3 – čelik)

Slika 2.4. Mikrometarski vijak i mjerna traka

Slika 2.5. Thomsonov most

2.3.1.3. Postupak (prije početka rada obavezno pročitati sve točke postupka i zatim postupiti prema njima!)

1) Izmjeriti promjer žice pomičnim mjerilom ili mikrometarskim vijkom. Mjeriti promjer na više mjesta duž vodiča.

Mjerenje promjera žice mikrometarskim vijkom prikazano je na slici 2.6.

Slika 2.6. Mjerenje promjera žice mikrometarskim vijkom

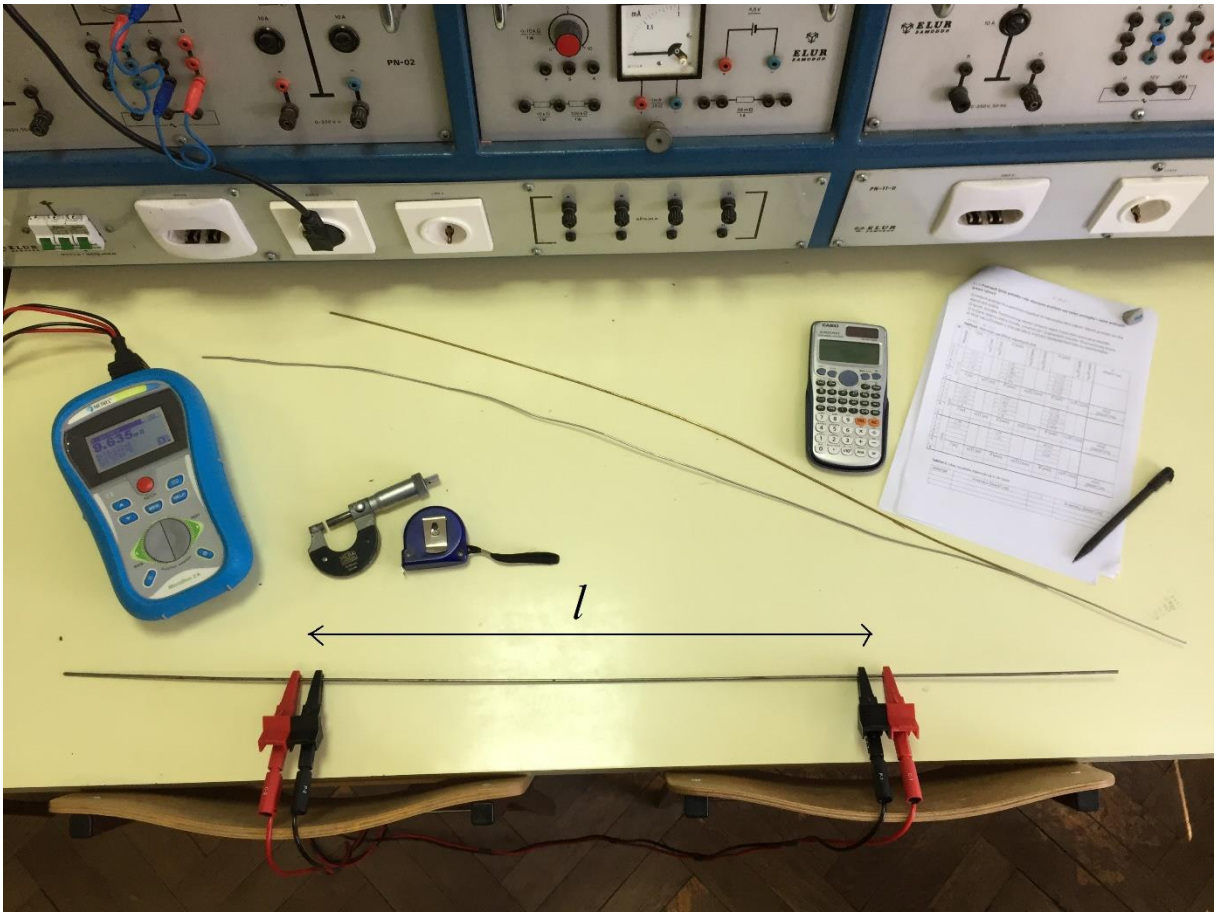
2) Spojiti stezaljke Thomsonovog mosta i izmjeriti otpor 5 puta bez pomicanja stezaljki.

Spajanje stezaljki Thomsonovog mosta te mjerenje otpora prikazano je na slici 2.7.

Slika 2.7. Spajanje stezaljki Thomsonovog mosta te mjerenje otpora

3) Izmjeriti duljinu vodiča između „unutrašnjih“ (naponskih) stezaljki Thomsonovog mosta.

Mjerenje duljine vodiča između naponskih stezaljki Thomsonovog mosta prikazano je na slici 2.8.



Slika 2.8. Mjerenje duljine vodiča između naponskih stezaljki Thomsonovog mosta

4) PRIJE UKLJUČIVANJA U STRUJNI KRUG POZVATI DEMONSTRATORA ILI NASTAVNIKA!

Tablicom 2.1. i 2.2. iskazana su mjerenja specifične otpornosti žice te rezultati mjerenja prikazanih na S i N razini.

Tablica 2.1. Mjerenje specifične otpornosti žice

Br.	Materijal	$l\ [m]$	$u_A(\bar{l})\ [m]$	$u_B(\bar{l})\ [m]$	$d\ [mm]$	$u_A(\bar{d})\ [mm]$	$u_B(\bar{d})\ [mm]$	$R\ [m\Omega]$	$u_A(\bar{R})\ [m\Omega]$	$u_B(\bar{R})\ [m\Omega]$	ρ $[\cdot 10^{-8}\Omega m]$
1	Aluminij	0,495	0	0,000580229839	1,97	0,002059126028	0,004666204739	4,546	0,000927361849	0,006566204611	2,787415881
2		0,495			1,96			4,547			
3		0,495			1,967			4,548			
4		0,495			1,97			4,550			
5		0,495			1,962			4,551			
X		$\bar{l}\ [m]$	$u(\bar{l})\ [m]$		$\bar{d}\ [mm]$	$u(\bar{d})\ [mm]$		$\bar{R}\ [m\Omega]$	$u(\bar{R})\ [m\Omega]$		$u(\rho)$ $[\cdot 10^{-8}\Omega m]$
X		0,495	0,00058		1,9658	0,0051		4,5484	0,0066		0,015
1	Mjed	0,28	0	0,000580229839	1,958	0,002289104628	0,004666204739	6,842	0,000927361849	0,009871823578	7,400660222
2		0,28			1,965			6,839			
3		0,28			1,97			6,837			
4		0,28			1,968			6,837			
5		0,28			1,96			6,838			
X		$\bar{l}\ [m]$	$u(\bar{l})\ [m]$		$\bar{d}\ [mm]$	$u(\bar{d})\ [mm]$		$\bar{R}\ [m\Omega]$	$u(\bar{R})\ [m\Omega]$		$u(\rho)$ $[\cdot 10^{-7}\Omega m]$
X		0,28	0,00058		1,9642	0,0052		6,8386	0,0099		0,043
1	Čelik	0,44	0	0,000580229839	2,99	0,002581988897	0,004666204739	8,708	0,002905741443	0,012576709 59	1,388500904
2		0,44			2,99			8,711			
3		0,44			2,99			8,713			
4		0,44			2,98			8,716			
5		0,44			2,99			8,715			
X		$\bar{l}\ [m]$	$u(\bar{l})\ [m]$		$\bar{d}\ [mm]$	$u(\bar{d})\ [mm]$		$\bar{R}\ [m\Omega]$	$u(\bar{R})\ [m\Omega]$		$u(\rho)$ $[\cdot 10^{-8}\Omega m]$
X		0,44	0,00058		2,988	0,0053		8,7126	0,013		0,065

Tablica 2.2. Iskaz rezultata mjerenja na S i N razini

Materijal	S razina $\rho\ [\Omega m]$	L	N razina $\rho\ [\Omega m]$
Aluminij	$(2{,}787 \cdot 10^{-8} \pm 0{,}015 \cdot 10^{-8})$	-10	$2{,}79 \cdot 10^{-8}$
Mjed	$(7{,}401 \cdot 10^{-8} \pm 0{,}043 \cdot 10^{-8})$	-10	$7{,}40 \cdot 10^{-8}$
Čelik	$(1{,}388 \cdot 10^{-8} \pm 0{,}065 \cdot 10^{-8})$	-10	$1{,}39 \cdot 10^{-8}$

Izračun za aluminij:

$$\bar{l} = \frac{\sum_{i=1}^{n} l_i}{n} = \frac{\sum_{i=1}^{5} l_i}{5} = \frac{0{,}495 + 0{,}495 + 0{,}495 + 0{,}495 + 0{,}495}{5} = 0{,}495\ m$$

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(l_i - \bar{l})^2} = \sqrt{\frac{1}{5-1}\cdot 0} = 0$$

$$u_A = \frac{s}{\sqrt{n}} = \frac{0}{\sqrt{5}} = 0\ m$$

Pri mjerenju duljine s pomoću čelične mjerne trake razreda točnosti II, pri referentnim uvjetima, granična pogreška mjerila biti će:

$$G = \pm(a + b \cdot L_z) = \pm(0{,}3 + 0{,}2 \cdot 1) = \pm 0{,}5\ mm$$

Gdje su a i b koeficijenti čije su vrijednosti propisane pravilnikom za svaki razred točnosti i navedene u tablici 2.3., a L_z je vrijednost mjerene duljnie iskazana metrima i zaokružena na više – pune metre [1].

Tablica 2.3. Vrijednost koeficijenata za određivanje graničnih pogrešaka mjerila duljine opće namjene

Razred točnosti	koeficijenti	
	a	*b*
I	0,1	0,1
II	0,3	0,2
III	0,6	0,4

Pri procjeni mjerne nesigurnosti mjerenja duljine s pomoću mjerila duljine za opću namjenu treba računati s graničnom pogreškom mjerila u području uporabe, tj. s 2G. Osim toga, treba uzeti u obzir i graničnu pogrešku očitanja ($G_{oč}$).

Za podjeljak širine 1 mm granična pogreška očitanja iznosi deseti dio podjele, dakle 0,10 mm [1].

$$u_B = \sqrt{\frac{(2 \cdot G)^2 + G_{oč}^2}{3}} = \sqrt{\frac{(2 \cdot 0{,}5)^2 + 0{,}10^2}{3}} = 0{,}5802298395 \cdot 10^{-3}\ m$$

$$u(l) = \sqrt{u_A^2 + u_B^2} = \sqrt{0 + (0{,}5802298395 \cdot 10^{-3})^2} = 0{,}0005802298395 \rightarrow 0{,}00058\ m$$

$$\bar{d} = \frac{\sum_{i=1}^{n} d_i}{n} = \frac{\sum_{i=1}^{5} d_i}{5} = \frac{1{,}97 + 1{,}96 + 1{,}967 + 1{,}97 + 1{,}962}{5} = 1{,}9658\ mm$$

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(d_i - \bar{d})^2}$$

$$s = \sqrt{\frac{1}{5-1} \cdot [(-0{,}0042)^2 + (0{,}0058)^2 + (-0{,}0012)^2 + (-0{,}0042)^2 + (0{,}0038)^2]}$$

$$s = 0{,}004604345773$$

$$u_A = \frac{s}{\sqrt{n}} = \frac{0{,}004604345773}{\sqrt{5}} = 0{,}002059126028\ mm$$

Granične pogreške mikrometra dane su izrazom:

$$G = \pm\left(4 + 0{,}02 \cdot \frac{L_{min}}{mm}\right)\ \mu m = (4 + 0{,}02 \cdot 0{,}5)\ \mu m = 4{,}01\ \mu m$$

Kako mikrometar ima podjelu od 10 μm, granična pogreška očitanja ($G_{oč}$) jeste 1 μm.

$$u_B = \sqrt{\frac{(2 \cdot G)^2 + G_{oč}^2}{3}} = \sqrt{\frac{(2 \cdot 4{,}01 \cdot 10^{-3})^2 + (1 \cdot 10^{-3})^2}{3}} = 0{,}004666204739\ mm$$

$$u(d) = \sqrt{u_A^2 + u_B^2} = \sqrt{0{,}002059126028^2 + 0{,}004666204739^2}$$

$$u(d) = 0{,}005100339858 \rightarrow 0{,}0051\ mm$$

$$\bar{R} = \frac{\sum_{i=1}^{n} R_i}{n} = \frac{\sum_{i=1}^{5} R_i}{5} = \frac{4{,}546 + 4{,}547 + 4{,}548 + 4{,}550 + 4{,}551}{5} = 4{,}5484\ m\Omega$$

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(R_i - \bar{R})^2}$$

$$s = \sqrt{\frac{1}{5-1} \cdot [(-0{,}0024)^2 + (-0{,}0014)^2 + (-0{,}0004)^2 + (0{,}0016)^2 + (0{,}0026)^2]}$$

$$s = 0{,}002073644135$$

$$u_A = \frac{s}{\sqrt{n}} = \frac{0{,}002073644135}{\sqrt{5}} = 0{,}0009273618494\ m\Omega$$

Mjerenja su vršena instrumentom METREL MI 3242 (pri testnoj struji od 2A) prema čijim se tehničkim specifikacijama računa granična pogreška:

$$G = \pm(0{,}25\%\ očitanja + 2\ digita) = \pm\left(\frac{0{,}25}{100}\cdot 4{,}5484 + 2\cdot 1\cdot 10^{-6}\right)$$

$$G = \pm 0{,}011373\ m\Omega$$

$$u_B = \frac{|G|}{\sqrt{3}} = \frac{0{,}011373}{\sqrt{3}} = 0{,}006566204611\ m\Omega$$

$$u(R) = \sqrt{u_A^2 + u_B^2} = \sqrt{0{,}0009273618494^2 + 0{,}006566204611^2}$$

$$u(R) = 0{,}006631368109 \rightarrow 0{,}0066\ m\Omega$$

$$\rho = \frac{\pi R d^2}{4l} = \frac{\pi\cdot 4{,}5484\cdot 10^{-3}\cdot(1{,}9658\cdot 10^{-3})^2}{4\cdot 0{,}495} = 2{,}787415881\cdot 10^{-8}\ \Omega m$$

$$u(\rho) = \sqrt{[\frac{\partial\rho}{\partial R}\cdot u(R)]^2 + [\frac{\partial\rho}{\partial d}\cdot u(d)]^2 + [\frac{\partial\rho}{\partial l}\cdot u(l)]^2}$$

$$\frac{\partial\rho}{\partial R} = \frac{\pi d^2}{4l} = \frac{\pi\cdot(1{,}9658\cdot 10^{-3})^2}{4\cdot 0{,}495} = 6{,}131452157\cdot 10^{-6}$$

$$\frac{\partial\rho}{\partial d} = \frac{2\pi R d}{4l} = \frac{\pi R d}{2l} = \frac{\pi\cdot 4{,}5484\cdot 10^{-3}\cdot 1{,}9658\cdot 10^{-3}}{2\cdot 0{,}495} = 2{,}837348356\cdot 10^{-5}$$

$$\frac{\partial\rho}{\partial l} = -\frac{\pi R d^2}{4l^2} = -\frac{\pi\cdot 4{,}5484\cdot 10^{-3}\cdot(1{,}9658\cdot 10^{-3})^2}{4\cdot 0{,}495^2} = -5{,}633999393\cdot 10^{-8}$$

$$u(\rho) = 0{,}01537689627\cdot 10^{-8} \rightarrow 0{,}015\cdot 10^{-8}\ \Omega m$$

Iskaz rezultata na N razini:

$$L = ent\left[\log\left(\frac{u(\rho)}{1{,}2}\right)\right] = ent(-9{,}892312561) = -10$$

$$\rho = 2{,}79\cdot 10^{-8}\ \Omega m$$

Iskaz rezultata na S razini:

$$u(\rho) = 0{,}015\cdot 10^{-8}\ \Omega m$$

$$\rho = (2{,}787\cdot 10^{-8} \pm 0{,}015\cdot 10^{-8})\ \Omega m$$

Izračun za mjed:

$$\bar{l} = \frac{\sum_{i=1}^{n} l_i}{n} = \frac{\sum_{i=1}^{5} l_i}{5} = \frac{0{,}28 + 0{,}28 + 0{,}28 + 0{,}28 + 0{,}28}{5} = 0{,}28\ m$$

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(l_i - \bar{l})^2} = \sqrt{\frac{1}{5-1}\cdot 0} = 0$$

$$u_A = \frac{s}{\sqrt{n}} = \frac{0}{\sqrt{5}} = 0\ m$$

$$G = \pm(a + b \cdot L_z) = \pm(0{,}3 + 0{,}2 \cdot 1) = \pm 0{,}5\ mm$$

$$u_B = \sqrt{\frac{(2 \cdot G)^2 + G_{oč}^2}{3}} = \sqrt{\frac{(2 \cdot 0{,}5)^2 + 0{,}10^2}{3}} = 0{,}5802298395 \cdot 10^{-3}\ m$$

$$u(l) = \sqrt{u_A^2 + u_B^2} = \sqrt{0 + (0{,}5802298395 \cdot 10^{-3})^2} = 0{,}0005802298395 \rightarrow 0{,}00058\ m$$

$$\bar{d} = \frac{\sum_{i=1}^{n} d_i}{n} = \frac{\sum_{i=1}^{5} d_i}{5} = \frac{1{,}958 + 1{,}965 + 1{,}97 + 1{,}968 + 1{,}96}{5} = 1{,}9642\ mm$$

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(d_i - \bar{d})^2}$$

$$s = \sqrt{\frac{1}{5-1}\cdot[(-0{,}0062)^2 + (0{,}0008)^2 + (0{,}0058)^2 + (0{,}0038)^2 + (-0{,}0042)^2]}$$

$$s = 0{,}005118593557$$

$$u_A = \frac{s}{\sqrt{n}} = \frac{0{,}005118593557}{\sqrt{5}} = 0{,}002289104628\ mm$$

$$G = \pm\left(4 + 0{,}02 \cdot \frac{L_{min}}{mm}\right)\ \mu m = (4 + 0{,}02 \cdot 0{,}5)\ \mu m = 4{,}01\ \mu m$$

$$u_B = \sqrt{\frac{(2 \cdot G)^2 + G_{oč}^2}{3}} = \sqrt{\frac{(2 \cdot 4{,}01 \cdot 10^{-3})^2 + (1 \cdot 10^{-3})^2}{3}} = 0{,}004666204739\ mm$$

$$u(d) = \sqrt{u_A^2 + u_B^2} = \sqrt{0{,}002289104628^2 + 0{,}004666204739^2}$$

$$u(d) = 0{,}005197448092 \rightarrow 0{,}0052\ mm$$

$$\bar{R} = \frac{\sum_{i=1}^{n} R_i}{n} = \frac{\sum_{i=1}^{5} R_i}{5} = \frac{6{,}842 + 6{,}839 + 6{,}837 + 6{,}837 + 6{,}838}{5} = 6{,}8386\ m\Omega$$

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(R_i - \bar{R})^2}$$

$$s = \sqrt{\frac{1}{5-1} \cdot [(0{,}0034)^2 + (0{,}0004)^2 + (-0{,}0016)^2 + (-0{,}0016)^2 + (-0{,}0006)^2]}$$

$$s = 0{,}002073644135$$

$$u_A = \frac{s}{\sqrt{n}} = \frac{0{,}002073644135}{\sqrt{5}} = 0{,}0009273618494\ m\Omega$$

Mjerenja su vršena instrumentom METREL MI 3242 (pri testnoj struji od 2A) prema čijim se tehničkim specifikacijama računa granična pogreška:

$$G = \pm(0{,}25\%\ očitanja + 2\ digita) = \pm\left(\frac{0{,}25}{100} \cdot 6{,}8386 + 2 \cdot 1 \cdot 10^{-6}\right)$$

$$G = \pm 0{,}0170985\ m\Omega$$

$$u_B = \frac{|G|}{\sqrt{3}} = 0{,}009871823578\ m\Omega$$

$$u(R) = \sqrt{u_A^2 + u_B^2} = \sqrt{0{,}0009273618494^2 + 0{,}009871823578^2}$$

$$u(R) = 0{,}009915286216 \rightarrow 0{,}0099\ m\Omega$$

$$\rho = \frac{\pi R d^2}{4l} = \frac{\pi \cdot 6{,}8386 \cdot 10^{-3} \cdot (1{,}9642 \cdot 10^{-3})^2}{4 \cdot 0{,}28} = 7{,}400660222 \cdot 10^{-8}\ \Omega m$$

$$u(\rho) = \sqrt{[\frac{\partial \rho}{\partial R} \cdot u(R)]^2 + [\frac{\partial \rho}{\partial d} \cdot u(d)]^2 + [\frac{\partial \rho}{\partial l} \cdot u(l)]^2}$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial R} = \frac{\pi d^2}{4l} = \frac{\pi \cdot (1{,}9642 \cdot 10^{-3})^2}{4 \cdot 0{,}28} = 1{,}082189369 \cdot 10^{-5}$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial d} = \frac{2\pi R d}{4l} = \frac{\pi R d}{2l} = \frac{\pi \cdot 6{,}8386 \cdot 10^{-3} \cdot 1{,}9642 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 0{,}28} = 7{,}535546504 \cdot 10^{-5}$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial l} = -\frac{\pi R d^2}{4l^2} = -\frac{\pi \cdot 6{,}8386 \cdot 10^{-3} \cdot (1{,}9642 \cdot 10^{-3})^2}{4 \cdot 0{,}28^2} = -2{,}643092936 \cdot 10^{-7}$$

$$u(\rho) = 0{,}04341936994 \cdot 10^{-8} \rightarrow 0{,}043 \cdot 10^{-8}\ \Omega m$$

Iskaz rezultata na N razini:

$$L = ent\left[\log\left(\frac{u(\rho)}{1{,}2}\right)\right] = ent(-9{,}441497729) = -10$$

$$\rho = 7{,}40 \cdot 10^{-8}\ \Omega m$$

Iskaz rezultata na S razini:

$$u(\rho) = 0{,}043 \cdot 10^{-8}\ \Omega m$$

$$\rho = (7{,}401 \cdot 10^{-8} \pm 0{,}043 \cdot 10^{-8})\ \Omega m$$

Izračun za čelik:

$$\bar{l} = \frac{\sum_{i=1}^{n} l_i}{n} = \frac{\sum_{i=1}^{5} l_i}{5} = \frac{0{,}44 + 0{,}44 + 0{,}44 + 0{,}44 + 0{,}44}{5} = 0{,}44\ m$$

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(l_i - \bar{l})^2} = \sqrt{\frac{1}{5-1} \cdot 0} = 0$$

$$u_A = \frac{s}{\sqrt{n}} = \frac{0}{\sqrt{5}} = 0\ m$$

$$G = \pm(a + b \cdot L_z) = \pm(0{,}3 + 0{,}2 \cdot 1) = \pm 0{,}5\ mm$$

$$u_B = \sqrt{\frac{(2 \cdot G)^2 + G_{oč}^2}{3}} = \sqrt{\frac{(2 \cdot 0{,}5)^2 + 0{,}10^2}{3}} = 0{,}5802298395 \cdot 10^{-3}\ m$$

$$u(l) = \sqrt{u_A^2 + u_B^2} = \sqrt{0 + (0{,}5802298395 \cdot 10^{-3})^2} = 0{,}0005802298395 \rightarrow 0{,}00058\ m$$

$$\bar{d} = \frac{\sum_{i=1}^{n} d_i}{n} = \frac{\sum_{i=1}^{5} d_i}{5} = \frac{2{,}99 + 2{,}99 + 2{,}99 + 2{,}98 + 2{,}99}{5} = 2{,}988\ mm$$

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(d_i - \bar{d})^2}$$

$$s = \sqrt{\frac{1}{5-1}\cdot[(0{,}002)^2 + (0{,}002)^2 + (0{,}002)^2 + (-0{,}008)^2 + (0{,}002)^2]}$$

$$s = 0{,}004472135955$$

$$u_A = \frac{s}{\sqrt{n}} = \frac{0{,}004472135955}{\sqrt{5}} = 0{,}002581988897\ mm$$

$$G = \pm\left(4 + 0{,}02 \cdot \frac{L_{min}}{mm}\right)\ \mu m = (4 + 0{,}02 \cdot 0{,}5)\ \mu m = 4{,}01\ \mu m$$

$$u_B = \sqrt{\frac{(2\cdot G)^2 + G_{oč}^2}{3}} = \sqrt{\frac{(2 \cdot 4{,}01 \cdot 10^{-3})^2 + (1 \cdot 10^{-3})^2}{3}} = 0{,}004666204739\ mm$$

$$u(d) = \sqrt{u_A^2 + u_B^2} = \sqrt{0{,}002581988897^2 + 0{,}004666204739^2}$$

$$u(d) = 0{,}005332929151 \rightarrow 0{,}0053\ mm$$

$$\bar{R} = \frac{\sum_{i=1}^{n} R_i}{n} = \frac{\sum_{i=1}^{5} R_i}{5} = \frac{8{,}708 + 8{,}711 + 8{,}713 + 8{,}716 + 8{,}715}{5} = 8{,}7126\ m\Omega$$

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(R_i - \bar{R})^2}$$

$$s = \sqrt{\frac{1}{5-1}\cdot[(-0{,}0046)^2 + (-0{,}0016)^2 + (0{,}0004)^2 + (0{,}0034)^2 + (0{,}0024)^2]}$$

$$s = 0{,}005032891813$$

$$u_A = \frac{s}{\sqrt{n}} = \frac{0{,}005032891813}{\sqrt{5}} = 0{,}002905741443\ m\Omega$$

Mjerenja su vršena instrumentom METREL MI 3242 (pri testnoj struji od 2A) prema čijim se tehničkim specifikacijama računa granična pogreška:

$$G = \pm(0{,}25\%\ očitanja + 2\ digita) = \pm\left(\frac{0{,}25}{100}\cdot 8{,}7126 + 2 \cdot 1 \cdot 10^{-6}\right)$$

$$G = \pm 0{,}0217835\ m\Omega$$

$$u_B = \frac{|G|}{\sqrt{3}} = \frac{0{,}00217835}{\sqrt{3}} = 0{,}01257670959\ m\Omega$$

$$u(R) = \sqrt{u_A^2 + u_B^2} = \sqrt{0{,}002905741443^2 + 0{,}01257670959^2}$$

$$u(R) = 0{,}01290801911 \rightarrow 0{,}013\ m\Omega$$

$$\rho = \frac{\pi R d^2}{4l} = \frac{\pi \cdot 8{,}7126 \cdot 10^{-3} \cdot (2{,}988 \cdot 10^{-3})^2}{4 \cdot 0{,}44} = 1{,}388500904 \cdot 10^{-7}\ \Omega m$$

$$u(\rho) = \sqrt{[\frac{\partial \rho}{\partial R} \cdot u(R)]^2 + [\frac{\partial \rho}{\partial d} \cdot u(d)]^2 + [\frac{\partial \rho}{\partial l} \cdot u(l)]^2}$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial R} = \frac{\pi d^2}{4l} = \frac{\pi \cdot (2{,}988 \cdot 10^{-3})^2}{4 \cdot 0{,}44} = 1{,}593669977 \cdot 10^{-5}$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial d} = \frac{2\pi R d}{4l} = \frac{\pi R d}{2l} = \frac{\pi \cdot 8{,}7126 \cdot 10^{-3} \cdot 2{,}988 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 0{,}44} = 9{,}293848089 \cdot 10^{-5}$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial l} = -\frac{\pi R d^2}{4l^2} = -\frac{\pi \cdot 8{,}7126 \cdot 10^{-3} \cdot (2{,}988 \cdot 10^{-3})^2}{4 \cdot 0{,}44^2} = -6{,}311367747 \cdot 10^{-7}$$

$$u(\rho) = 0{,}06477274713 \cdot 10^{-8} \rightarrow 0{,}065 \cdot 10^{-8}\ \Omega m$$

Iskaz rezultata na N razini:

$$L = ent\left[\log\left(\frac{u(\rho)}{1{,}2}\right)\right] = ent(-9{,}267788929) = -10$$

$$\rho = 1{,}39 \cdot 10^{-8}\ \Omega m$$

Iskaz rezultata na S razini:

$$u(\rho) = 0{,}065 \cdot 10^{-8}\ \Omega m$$

$$\rho = (1{,}388 \cdot 10^{-8} \pm 0{,}065 \cdot 10^{-8})\ \Omega m$$

2.3.2. Serijski/paralelni spoj kondenzatora

2.3.2.1. Opis zadatka

Izmjeriti kapacitet dva kondenzatora (po jedno mjerenje, odnosno potrebno je uvažiti samo nesigurnost B tipa), te na temelju graničnih pogrešaka mjernog uređaja procijeniti mjernu nesigurnost pojedinog kondenzatora. Nakon toga kondenzatore spojiti serijski, a zatim i paralelno te ponovno izvršiti mjerenja i procijeniti mjernu nesigurnost ukupnog kapaciteta na temelju graničnih pogrešaka mjernog uređaja, a ne tolerancijom samog kondenzatora (vidi zadatak br. 6. iz pripreme). Usporediti mjerne nesigurnosti te iskazati rezultate mjerenja na S i N razini.

2.3.2.2. Popis opreme

Dva (blok) kondenzatora, RLC metar. Prikaz opreme vidljiv je na slikama 2.9. i 2.10.

Slika 2.9. Blok kondenzator

Slika 2.10. RLC metar

2.3.2.3. Postupak

1) Izmjeriti kapacitet dva kondenzatora RLC metrom.

2) Spojiti kondenzatore serijski, a zatim paralelno te ponovno izvršiti mjerenja.

3) PRIJE UKLJUČIVANJA U STRUJNI KRUG POZVATI DEMONSTRATORA ILI NASTAVNIKA!

Tablicom 2.4. i 2.5. iskazana su mjerenja kapaciteta te rezultati granične pogrešake i mjerne nesigurnosti pojedinog mjerenja kapaciteta. Tablicom 2.6. prikazana je mjerna nesigurnost serijsko/paralelne kombinacije te iskaz rezultata na S i N razini.

Tablica 2.4. Mjerenje kapaciteta

Kapacitet *C* [nF] (očekivano)	Kapacitet *C* [nF] (mjereno)	Serijski spoj (izravno)	Serijski spoj (računski)	Paralelni spoj (izravno)	Paralelni spoj (računski)
100	101,4	83,73	83,7516	582,5	582,6
470	481,2				

Tablica 2.5. Granična pogreška i mjerna nesigurnost pojedinog mjerenja kapaciteta

Granične pogreške mjernog uređaja	Mjerna nesigurnost kapaciteta $u(C)$ [nF]
$G = \pm(0{,}2\%\ očitanja\ + 5\ digita)$	0,12
	0,56

Mjerenja su vršena RLC metrom HM8018 pri frekvenciji od 1 kHz, prema čijim se tehničkim specifikacijama računa granična pogreška te procjenjuje mjerna nesigurnost.

$$G_{C_1} = \pm\left(\frac{0{,}2}{100} \cdot 101{,}4 + 5 \cdot 0{,}001 \cdot 10^{-12}\right) = 0{,}2028\ nF$$

$$u(C_1) = u_B(C_1) = \frac{|G_{C_1}|}{\sqrt{3}} = \frac{0{,}2028}{\sqrt{3}} = 0{,}1170866346\ nF \rightarrow 0{,}12\ nF$$

$$G_{C_2} = \pm\left(\frac{0{,}2}{100} \cdot 481{,}2 + 5 \cdot 0{,}001 \cdot 10^{-12}\right) = 0{,}9624\ nF$$

$$u(C_2) = u_B(C_2) = \frac{|G_{C_2}|}{\sqrt{3}} = \frac{0{,}9624}{\sqrt{3}} = 0{,}5556418991\ nF \rightarrow 0{,}56\ nF$$

Tablica 2.6. Mjerna nesigurnost serijsko/paralelne kombinacije te iskaz rezultata na S i N razini

Spoj	S razina [nF]		N razina [nF]		Mjerna nesigurnost [nF]	
	Izravno mjerenje	Neizravno mjerenje	Izravno mjerenje	Neizravno mjerenje	Izravno mjerenje	Neizravno mjerenje
Serijski	(83,73 $\pm$ 0,10)	(83,752 $\pm$ 0,084)	83	83,75	0,10	0,084
Paralelno	(582,5 $\pm$ 0,67)	(582,60 $\pm$ 0,57)	582,5	582,6	0,67	0,57

Serijski spoj kondenzatora (izravno mjerenje):

$$G = \pm\left(\frac{0{,}2}{100} \cdot 83{,}73 + 5 \cdot 0{,}001 \cdot 10^{-12}\right) = 0{,}16746\ nF$$

$$u(C) = u_B(C) = \frac{|G|}{\sqrt{3}} = \frac{0{,}16746}{\sqrt{3}} = 0{,}09668307608\ nF \rightarrow 0{,}10\ nF$$

Iskaz rezultata na N razini:

$$L = ent\left[\log\left(\frac{u(C)}{1{,}2}\right)\right] = ent(0{,}08056923007) = 0$$

$$C = 83\ nF$$

Iskaz rezultata na S razini:

$$u(C) = 0{,}10\ nF$$

$$C = (83{,}73 \pm 0{,}10)\ nF$$

Paralelni spoj kondenzatora (izravno mjerenje):

$$G = \pm\left(\frac{0{,}2}{100} \cdot 582{,}5 + 5 \cdot 0{,}001 \cdot 10^{-12}\right) = 1{,}165\ nF$$

$$u(C) = u_B(C) = \frac{|G|}{\sqrt{3}} = \frac{1{,}165}{\sqrt{3}} = 0{,}6726130636\ nF \rightarrow 0{,}67\ nF$$

Iskaz rezultata na N razini:

$$L = ent\left[\log\left(\frac{u(C)}{1{,}2}\right)\right] = ent(-0{,}251415948) = -1$$

$$C = 582{,}5\ nF$$

Iskaz rezultata na S razini:

$$u(C) = 0{,}67\ nF$$

$$C = (582{,}5 \pm 0{,}67)\ nF$$

Serijski spoj kondenzatora (posredno mjerenje):

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \Rightarrow C = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} = \frac{101{,}4 \cdot 481{,}2}{101{,}4 + 481{,}2} = 83{,}75159629\ nF$$

$$\frac{\partial C}{\partial C_1} = \frac{C_2(C_1 + C_2) - C_1 C_2}{(C_1 + C_2)^2} = \frac{481{,}2 \cdot (101{,}4 + 481{,}2) - 101{,}4 \cdot 481{,}2}{(101{,}4 + 481{,}2)^2}$$

$$\frac{\partial C}{\partial C_1} = 0{,}6821977407$$

$$\frac{\partial C}{\partial C_2} = \frac{C_1(C_1 + C_2) - C_1 C_2}{(C_1 + C_2)^2} = \frac{101{,}4 \cdot (101{,}4 + 481{,}2) - 101{,}4 \cdot 481{,}2}{(101{,}4 + 481{,}2)^2}$$

$$\frac{\partial C}{\partial C_2} = 0{,}03029248834$$

$$u(C) = \sqrt{[\frac{\partial C}{\partial C_1} \cdot u(C_1)]^2 + [\frac{\partial C}{\partial C_2} \cdot u(C_2)]^2} = 0{,}08360287313\ nF \rightarrow 0{,}084\ nF$$

Iskaz rezultata na N razini:

$$L = ent\left[\log\left(\frac{u(C)}{1{,}2}\right)\right] = ent(-1{,}156960043) = -2$$

$$C = 83{,}75\ nF$$

Iskaz rezultata na S razini:

$$u(C) = 0{,}084\ nF$$

$$C = (83{,}752 \pm 0{,}084)\ nF$$

Paralelni spoj kondenzatora (posredno mjerenje):

$$C = C_1 + C_2 = 101{,}4 + 481{,}2 = 582{,}6\ nF$$

$$\frac{\partial C}{\partial C_1} = 1$$

$$\frac{\partial C}{\partial C_2} = 1$$

$$u(C) = \sqrt{[\frac{\partial C}{\partial C_1} \cdot u(C_1)]^2 + [\frac{\partial C}{\partial C_2} \cdot u(C_2)]^2} = 0{,}5727128425\ nF \rightarrow 0{,}57\ nF$$

Iskaz rezultata na N razini:

$$L = ent\left[\log\left(\frac{u(C)}{1{,}2}\right)\right] = ent(-0{,}3212443242) = -1$$

$$C = 582{,}6\ nF$$

Iskaz rezultata na S razini:

$$u(C) = 0{,}57\ nF$$

$$C = (582{,}60 \pm 0{,}57)\ nF$$

2.4. Zadaci za izvještaj

1) Što je obuhvatni faktor?

Obuhvatni faktor (k) je numerički faktor kojim se množi složena standardna nesigurnost kako bi se iskazala proširena nesigurnost. Njegova vrijednost obično iznosi 2 ili 3 što odgovara razini vjerojatnosti od oko 95% (za k=2), odnosno 99% (za k=3) [4].

2) Kako se nazivaju parcijalne derivacije u izrazu (2-2) za složenu mjernu nesigurnost?

Parcijalna derivacija u izrazu (2-2) naziva se koeficijent osjetljivosti jer pokazuje koliko se promjeni mjerni rezultat ovisno o promjeni određene ulazne veličine.

3) Pod kojom pretpostavkom je opravdano koristiti izraz (2-2) pri izračunu složene mjerne nesigurnosti?

Taj izraz koristi se onda kada su ulazne veličine međusobno nezavisne, odnosno kada ne koreliraju. Kada su ulazne veličine međusobno zavisne primjenjuje se potpun izraz (2-3) za nesigurnost, odnosno zakon porasta (širenja) nesigurnosti.

4) Kako korelacija mjerenih varijabli može utjecati na mjernu nesigurnost?

Korelacija je odnos između dvije ili više slučajnih varijabli unutar raspodjele dvije ili više slučajnih varijabli [5]. Ulazne veličine sigurno koreliraju pri korištenju istog etalona te zbog utjecaja okoline (temperatura), a tada treba odrediti njihovu kovarijancu i primjeniti zakon širenja (2-3). Ovisno o vrsti (predznaku) korelacije i predznacima parcijalnih derivacija mjerna nesigurnost rezultata mjerenja može biti ili veća ili manja u odnosu na nesigurnost prama izrazu (2-2).

5) Ako se usporede mjerne nesigurnosti iz tablice 2.6. za pojedine spojeve, pri kojem je tipu mjerenja veća mjerna nesigurnost?

Veća mjerna nesigurnost prisutna je kod izravnog mjerenja gdje se mjerna nesigurnost rarčuna preko graničnih pogrešaka instrumenta. Kod posrednog mjerenja, mjerna nesigurnost se računa prema izrazu (2-2) za složenu mjernu nesigurnost gdje se ona dobije preko koeficijenata osjetljivosti te prethodno određenih nesigurnosti ulaznih veličina, odnosno nesigurnosti pojedinog kondenzatora.

3. SERIJSKI RL STRUJNI KRUG IZMJENIČNE STRUJE

3.1. Zadaci za pripremu

1) Na osnovu poznatih vrijednosti za granične struje, odnosno napone pojedinih elemenata kruga, odredite granični napon izvora [6].

$R = 150\ \Omega$

$I_{gr} = 75\ mA$

$L = 0{,}4\ H$

$R_L = 350\ \Omega$

$I_{L_{gr}} = 0{,}2\ A$

$R_{uk} = R + R_L = 150 + 350 = 500\ \Omega$

$X_L = \omega L = 2\pi f L = 2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot 0{,}4 = 125{,}6637\ \Omega$

$Z = \sqrt{R_{uk}^2 + X_L^2} = \sqrt{500^2 + 125{,}6637^2} = 515{,}5496\ \Omega$

$U_{gr} = I_{gr} \cdot Z = 75 \cdot 10^{-3} \cdot 515{,}5496$

$U_{gr} = 38{,}6662\ V$

2) Koristeći zadane podatke elemenata kruga, izračunajte očekivane vrijednosti struja i napona, te snaga. Rezultate unesite u tablicu 3.1 [6].

$R = 150\ \Omega$

$R_L = 350\ \Omega$

$X_L = 125{,}6637\ \Omega$

$Z = 515{,}5496\ \Omega$

$U = 20\ V$

$I = \frac{U}{Z} = \frac{20}{515{,}5496} = 38{,}7936\ mA$

$U_R = I \cdot R = 38{,}7936 \cdot 10^{-3} \cdot 150 = 5{,}8190\ V$

$Z_L = \sqrt{R_L^2 + X_L^2} = \sqrt{350^2 + 125{,}6637^2} = 371{,}8755\ \Omega$

$U_{RL} = I \cdot Z_L = 38{,}7936 \cdot 10^{-3} \cdot 371{,}8755 = 14{,}4264\ V$

$S = U \cdot I = 20 \cdot 38{,}7936 \cdot 10^{-3} = 0{,}7759\ VA$

$\varphi = \tan^{-1}\frac{X_L}{R_{uk}} = \tan^{-1}\frac{125{,}6637}{500} = 14{,}1078°$

$P = S \cdot cos\varphi = 0{,}7759 \cdot \cos 14{,}1078 = 0{,}7525\ W$

$Q = \sqrt{S^2 - P^2} = \sqrt{0{,}7759^2 - 0{,}7525^2} = 0{,}1891\ VAr$

3.2. Rad na vježbi

3.2.1. Opis zadatka

Cilj je izmjeriti jakost struje te napona na pojedinom elementu kruga.

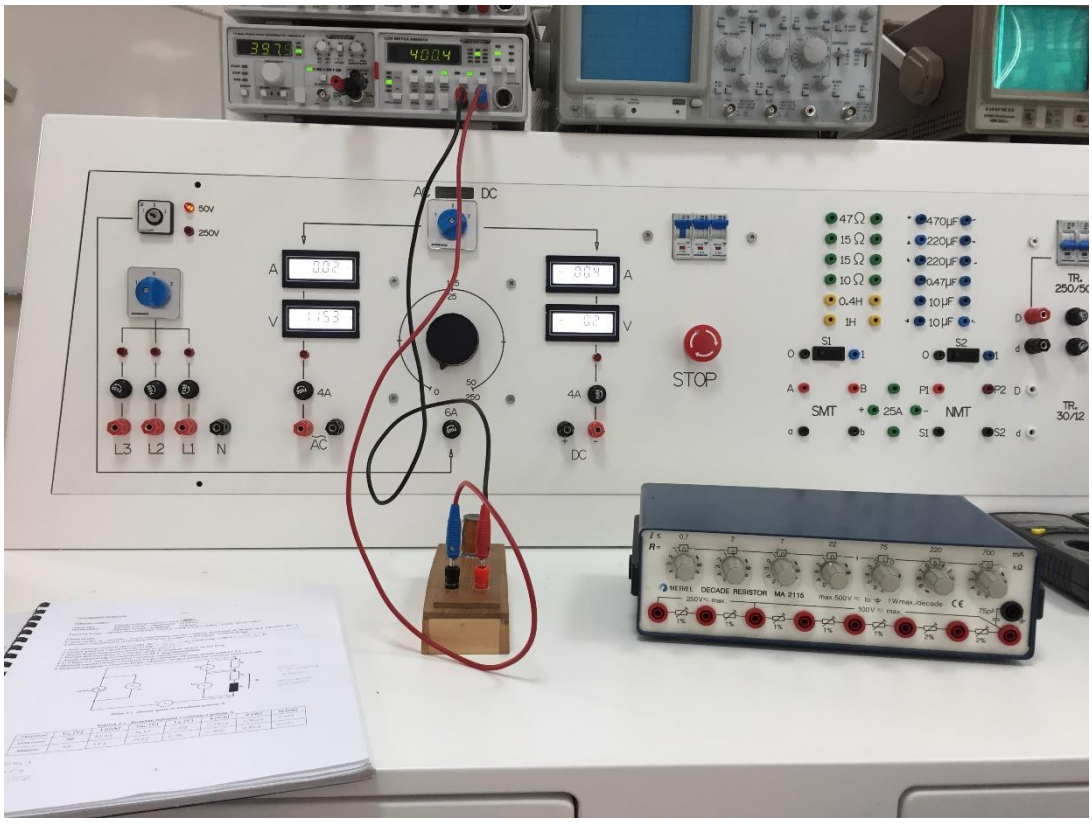
3.2.2. Popis opreme

Izmjeničan izvor napajanja, ampermetar (1 kom.), voltmetar (3 kom.), otporna dekada ($150\Omega/75mA$), svitak ($0{,}4H/350\ \Omega/0{,}2A$), spojni vodiči.

3.2.3. Postupak (prije početka rada obavezno pročitati sve točke postupka i zatim postupiti prema njima!)

1) RLC metrom izmjeriti otpor (R_L) i induktivitet svitka (L).

Mjerenje otpora i induktiviteta svitka RLC metrom prikazano je na slici 3.1.



Slika 3.1. Mjerenje otpora i induktiviteta svitka RLC metrom

Otpor svitka $R_L = 318{,}3\ \Omega$ pri frekvenciji od 100 Hz

Induktivitet svitka $L = 400{,}3\ mH$ pri frekvenciji od 1 kHz

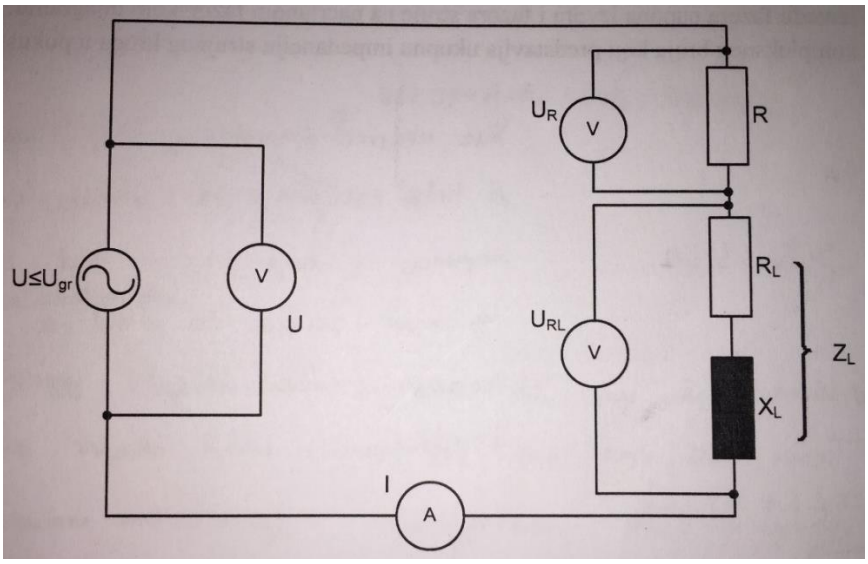
2) Izračunati graničnu vrijednost napona U_{gr} (pogledati zadatak br. 1 iz pripreme).

$$Z = \sqrt{R_{uk}^2 + X_L^2} = \sqrt{(R + R_L)^2 + (2\pi f L)^2}$$

$$Z = \sqrt{(150 + 318{,}3)^2 + (2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot 0{,}4003)^2} = 484{,}8917\ \Omega$$

$$U_{gr} = I_{gr} \cdot Z = 75 \cdot 10^{-3} \cdot 484{,}8917 = 36{,}3669\ V$$

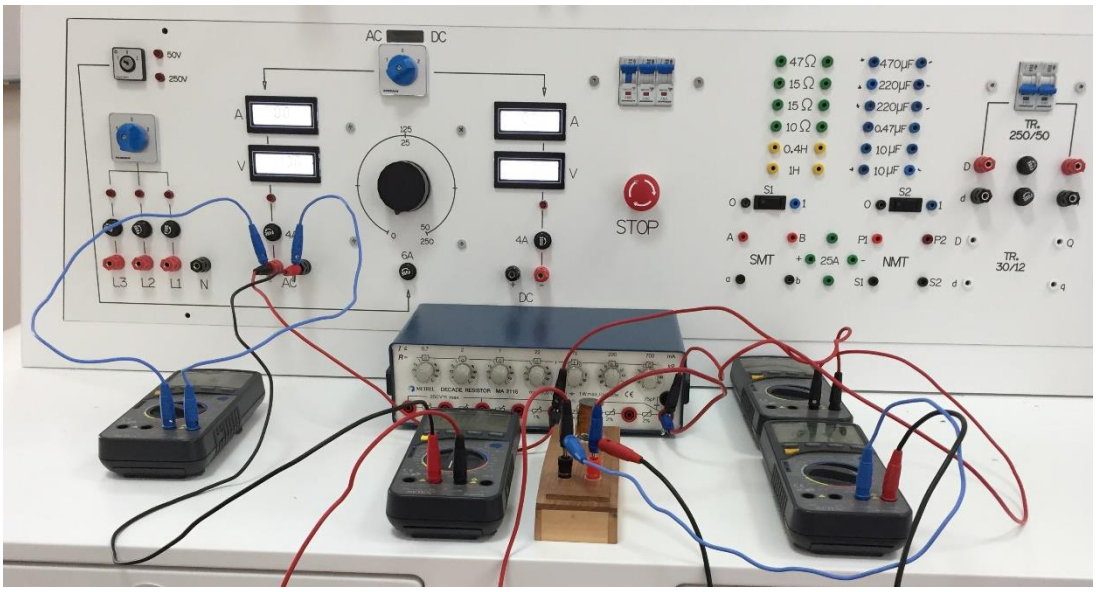
3) Spojiti strujni krug prema shemi na slici 3.2.



Slika 3.2. Shema spoja za izvođenje pokusa [6]

4) Pozvati demonstratora ili voditelja vježbi da pregleda spojeni strujni krug.

Prikaz spojenog strujnog kruga vidljiv na sici 3.3.



Slika 3.3. Prikaz spojenog strujnog kruga

5) Napon izmjeničnog izvora podesiti na 20V pod opterećenjem
6) Izvršiti mjerenja napona i struja u strujnom krugu te rezultate unijeti u tablicu
7) Isključiti napajanje u strujnom krugu, odspojiti i uredno složiti sve elemente strujnog kruga

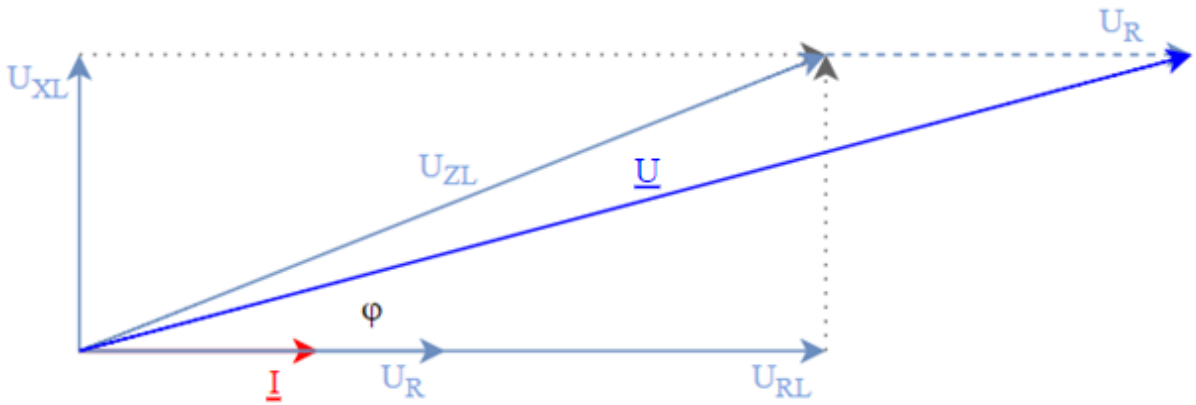
Tablicom 3.1. prikazani su rezultati mjerenja i izračuna u pokusu B.

Tablica 3.1. Rezultati mjerenja i izračuna u pokusu B

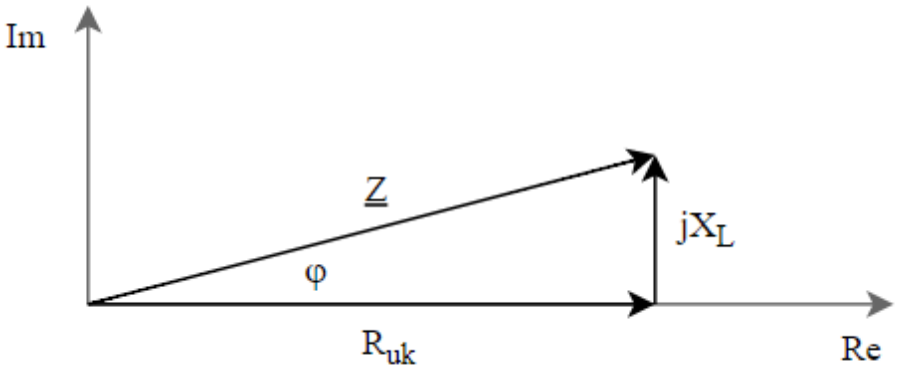
Vrijednost	U_{iz} [V]	I [mA]	U_{ZL} [V]	U_R [V]	S [VA]	P [W]	Q [VAr]
Očekivano	20	38,79	14,43	5,82	0,78	0,75	0,19
Mjereno	20,02	41,19	14,19	6,26	0,82	0,80	0,18

3.3. Zadaci za izvještaj

1) Na osnovu izmjerenih vrijednosti struja i napona te poznatih vrijednosti elemenata, nacrtajte fazorski dijagram. Odredi kut između fazora napona izvora i fazora struje na nacrtanom fazorskom dijagramu.



Slika 3.4. Fazorski dijagram napona i struje



Slika 3.5. Prikaz impedancije u kompleksnoj ravnini

$$\varphi = \tan^{-1}\left(\frac{X_L}{R_{uk}}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{2\pi fL}{R + R_L}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot 0{,}4003}{150 + 318{,}3}\right) = 15{,}03°$$

Kut ukupne impedancije predstavlja omjer napona i struje. Iz priloženog fazorskog dijagrama sa slike 3.4. i dijagrama sa slike 3.5. vidi se da napon prethodi struji, odnosno da je kut pozitivan, što daje uvid o karakteru strujnog kruga (induktivnog je karaktera).

2) Na osnovu izmjerenih vrijednosti napona (U, U_R, U_{ZL}), struje izvora (I) i fazorskog dijagrama iz prethodnog zadatka, izračunajte vrijednosti elemenata R_L i X_L.

$$R = \frac{U_R}{I} = \frac{6{,}26}{0{,}04119} = 151{,}98\ \Omega$$

$$Z_L = \frac{U_{ZL}}{I} = \frac{14{,}19}{0{,}04119} = 344{,}50\ \Omega$$

$$Z = R + Z_L = 151{,}98 + 344{,}50 = 496{,}48\ \Omega$$

$$\bar{Z} = Z(\cos\varphi + j\sin\varphi) = 496{,}48 \cdot (\cos 15{,}03° + j\sin 15{,}03°)$$

$$\bar{Z} = 479{,}50 + j128{,}75\ \Omega$$

$$R_{uk} = 479{,}50\ \Omega$$

$$R_L = R_{uk} - R = 479{,}50 - 151{,}98 = 327{,}52\ \Omega$$

$$X_L = \sqrt{Z^2 - R_{uk}^2} = \sqrt{496{,}48^2 - 479{,}50^2} = 128{,}73\ \Omega$$

6. ZAKLJUČAK

Provedbom rada zaključuje se da se pri svakom neizravnom mjerenju javlja matematički model koji povezuje vrijednost neizravno mjerene veličine s izravno mjerenim veličinama, odnosno da računanje mjerne nesigurnosti ovisi o matematičkom modelu kojim opisujemo mjerenu veličinu. Prilikom mjerenja specifične otpornosti danih žica određena je ukupna mjerna nesigurnost preko geometrijskog zbroja mjerne nesigurnosti tipa A i mjerne nesigurnosti tipa B. Može se uočiti da je nesigurnost rezultata tipa A manja zbog djeljitelja $\sqrt{n}$ budući da se ona određuje eksperimentalno, ponavljanjem mjerenja. Rezultati su prikazani u niskoj (N) razini te srednjoj (S) razini preko čega se može na temelju cjelovitog mjernog rezultata odlučiti da li rezultat zadovoljava kritičnu vrijednost. Mjerenjem mjerne nesigurnosti kapaciteta veća mjerna nesigurnost prisutna je kod izravnog mjerenja gdje se mjerna nesigurnost računa preko graničnih pogrešaka instrumenta u odnosu na posredno mjerenje gdje se mjerna nesigurnost računa prema izrazu (2-2) za složenu mjernu nesigurnost. Kod mjerenja induktiviteta na osnovu izmjerenih te poznatih vrijednosti nacrtan je fazorski dijagram preko čijeg se kuta može zaključiti o karakteru strujnog kruga, odnosno iščita se da je strujni krug induktivnog karaktera.

LITERATURA

[1] Zdenko Godec i Dražen Dorić, Osnove mjerenja – laboratorijske vježbe, Elektrotehnički fakultet Osijek, Osijek, 2007.

[2] Tehnološki fakultet Novi Sad, Radovan Omorjan – nastavni materijal, pristup: 26.6.2017.
http://www.tf.uns.ac.rs/~omorr/radovan_omorjan_003_mpi/Matematicki%20model.pdf

[3] Tehnički fakultet Rijeka, Određivanje netočnosti mjerenja – laboratorijska vježba, pristup: 26.6.2017.
http://www.riteh.uniri.hr/zav_katd_sluz/zvd_teh_term_energ/nas/laboratorijske_vjezbe_%2007/1_netocnosti.pdf

[4] Damir Ilić, Roman Malarić, Uvod u mjeriteljstvo, 2016., prisutp: 28.6.2017.
https://www.fer.unizg.hr/_download/repository/UUM-tema-4-16.pdf

[5] Damir Ilić, Teorija mjerenja, 2016., pristup: 28.6.2017.
https://www.fer.unizg.hr/_download/repository/TM-tema-5-16.pdf

[6] Željko Hederić, Marinko Barukčić i Dubravka Špiranović-Kanižaj, Osnove elektrotehnike 2 – priručnik za laboratorijske vježbe, Elektrotehnički fakultet Osijek, Osijek, 2015.

Popis slika

Slika 2.1. Utjecaj broja mjerenja na standardno odstupanje

Slika 2.2. Pravokutna razdioba

Slika 2.3. Tri neizolirane žice (1 – aluminij, 2 – mjed, 3 – čelik)

Slika 2.4. Mikrometarski vijak i mjerna traka

Slika 2.5. Thomsonov most

Slika 2.6. Mjerenje promjera žice mikrometarskim vijkom

Slika 2.7. Spajanje stezaljki Thomsonovog mosta te mjerenje otpora

Slika 2.8. Mjerenje duljine vodiča između naponskih stezaljki Thomsonovog mosta

Slika 2.9. Blok kondenzator

Slika 2.10. RLC metar

Slika 3.1. Mjerenje otpora i induktiviteta svitka RLC metrom

Slika 3.2. Shema spoja za izvođenje pokusa

Slika 3.3. Prikaz spojenog strujnog kruga

Slika 3.4. Fazorski dijagram napona i struje

Slika 3.5. Prikaz impedancije u kompleksnoj ravnini

SAŽETAK

Završnim radom prikazan je izravan i neizravan postupak mjerenja iz kojih je računata mjerna nesigurnost. Prikazani su detaljni postupci rješavanja među kojima je mjerna nesigurnost tipa A, mjerna nesigurnost tipa B, ukupna mjerna nesigurnost, iskaz rezultata na S i N razini, računanje graničnih pogrešaka instrumenata itd.

Ključne riječi: mjerna nesigurnost tipa A, mjerna nesigurnost tipa B, ukupna mjerna nesigurnost, matematički model, granične pogreške instrumenta, iskaz mjernog rezultata

ABSTRACT

In the final thesis, direct and indirect measurement model is shown from which measurement uncertainty can be evaluated. Detailed resolution process is presented including evaluation of Type A and Type B uncertainty, total uncertainty, statement of results at medium and low levels, calculation of instrument's limit error etc.

Key words: Type A uncertainty, Type B uncertainty, total uncertainty, mathematical model, limit error of the instrument, statement of results

ŽIVOTOPIS

BERNARD TOMAŠEVIĆ,

Rođen je 31. prosinca 1995. godine u Vinkovcima. Pohađao osnovnu školu Vladimir Nazor u Vinkovcima koju je završio 2010. godine. Te godine upisuje srednju Tehničku školu Ruđer Bošković također u Vinkovcima, smjer elektrotehnika, a završava ju 2014. godine. Tijekom srednjoškolskog obrazovanja sudjeluje na županijskom natjecanju iz Osnova elektrotehnike, te na proljetnoj školi fizike.

Nakon završetka srednjoškolskog obrazovanja, 2014. godine upisuje Elektrotehnički fakultet u Osijeku gdje trenutno završava preddiplomski studij elektrotehnike, smjer elektroenergetika.

Materinji jezik mu je hrvatski, a od stranih jezika govori engleski.

Informatički pismen, služi se Microsoft Office paketom.

PRILOZI

Prilog 1: LV4: Neizravna (posredna) mjerenja

LV4: Neizravna (posredna) mjerenja

1.1. Uvod u izračun složene mjerne nesigurnosti

Mjerenja se mogu podijeliti na izravna i neizravna, razlika će biti objašnjena na primjeru mjerenja otpora. Kod izravnih mjerenja, mjerna nesigurnost se određuje na temelju graničnih pogrešaka mjernih uređaja na kojim se fizikalna veličina izravno očita, npr. pri izravnom mjerenju otpora ohmmetrom. Dok se kod neizravnih mjerenja takva metoda ne može primijeniti jer u postupku mjerenja sudjeluje više instrumenata koji vrlo često mjere različite fizikalne veličine pa se postavlja pitanje kako od mjernih nesigurnosti različitih veličina dobiti mjernu nesigurnost veličine koja nije izravno mjerena, npr. pri mjerenje otpora U-I metodom. Pri svakom neizravnom mjerenju javlja se matematički model koji povezuje vrijednost posredno mjerene veličine (otpora) s izravno mjerenim veličinama (napon i struja). Dakle, pri posrednim se mjerenjima mjerena (izlazna) veličina y često određuje iz *N* ulaznih međusobno nezavisnih veličina x_1, x_2, …, x_N, koje su funkcijski povezane matematičkim modelom:

$$y = F(x_1, x_2, \dots, x_N) \tag{1-1}$$

Pretpostavlja se da je svaka ulazna veličina ispravljana za iznos poznatih sistematskih pogrešaka. Ulazne veličine mogu biti i utjecajne veličine. Utjecajne veličine su veličine koje nisu predmet mjerenja, ali utječu na mjerni rezultat (npr. temperatura, vlaga, …). Složena (apsolutna) nesigurnost mjernog rezultata y procjenjuje se tada izrazom:

$$u_a(y) = \sqrt{\sum_{i=1}^{N} \left[\frac{\partial F}{\partial x_i} u_a(x_i)\right]^2} \tag{1-2}$$

Gdje se parcijalna derivacija $\frac{\partial F}{\partial x_i}$ naziva koeficijent utjecajnosti (osjetljivosti), a $u_a(x_i)$ su (apsolutne) nesigurnosti ulaznih veličina x_i.

Bitno je naglasiti kako izraz za mjernu nesigurnost (2-2) vrijedi ako su ulazne veličine nezavisne. U rijetkim slučajevima, kada neke od ulaznih veličina međusobno koreliraju, treba odrediti njihovu kovarijancu i primijeniti zakon širenja (2-3). Ovisno o vrsti (predznaku) korelacije i predznacima parcijalnih derivacija mjerna nesigurnost rezultata mjerenja može biti ili veća ili manja u odnosu na nesigurnost prama izrazu (2-2).

$$u_a(y) = \sqrt{\sum_{i=1}^{N}\left[\frac{\partial F}{\partial x_i}u_a(x_i)\right]^2 + 2\sum_{i=1}^{N-1}\sum_{j=i+1}^{N}\frac{\partial F}{\partial x_i}\frac{\partial F}{\partial x_j}u_a(x_i, x_j)} \qquad (1\text{-}3)$$

Gdje su $u_a(x_i, x_j)$ procjene kovarijance pripadnih varijabli x_i i x_j.

Kovarijanca dvaju slučajnih varijabli je mjera njihove međusobne ovisnosti. Ona se određuje eksperimentalno, ili temeljem raspoloživih informacija o njihovoj korelaciji.

Primjer 1. Masa tijela m izmjerena je nul-metodom (polužnom vagom) s pomoću dva utega $m_1 = (1{,}0000 \pm 0{,}0050)$ kg i $m_2 = (0{,}5000 \pm 0{,}0040)$ kg. Mjerna nesigurnost izmjerene mase, uz zanemarenije nesigurnosti određivanja ravnotežnog položaja vage iznosi:

$$u(m) = \sqrt{0{,}0050^2 + 0{,}0040^2} = 0{,}0064 \text{ kg}$$

Ako matematički model sadrži samo množenje, dijeljenje, odnosno potenciranje međusobno nezavisnih ulaznih veličina, $y = F(x_1, x_2, \ldots, x_N) = cx_1^{e_1}x_2^{e_2} \ldots x_N^{e_N}$, prikladnije je računati s relativnim ili postotnim nesigurnostima:

$$u_{\%}(y) = \sqrt{\sum_{i=1}^{N}\left[\frac{\partial F}{\partial x_i}\frac{x_i}{F}u_{\%}(x_i)\right]^2} = \sqrt{\sum_{i=1}^{N}[e_i \cdot u_{\%}(x_i)]^2}$$

Primjer 2. Pri mjerenju snage ampermetrom ($P = I^2R$) na otporniku poznata otpora $R = (1{,}0000 \pm 0{,}0040)\ \Omega$ izmjerena je struja $I = (10{,}000 \pm 0{,}050)$ A. Nesigurnost izmjerene snage je:

$$u_{\%}(P) = \sqrt{[2u_{\%}(I)]^2 + [u_{\%}(R)]^2} = 1{,}1\%$$

1.2. Zadaci za pripremu

1) Što je matematički model mjerenja i kako se prema njemu računa složena mjerna nesigurnost?
2) Koji se tip nesigurnosti može smanjiti ponavljanjem mjerenja?
3) Koliko je standardno odstupanje pravokutne razdiobe, tj. kako se računa B tip mjerne nesigurnosti iz apsolutne granične pogreške?
4) Što su utjecajne veličine?
5) Specifična otpornost materijala (žice) zadana je izrazom:

$$\rho = \frac{\pi R d^2}{4l}$$

Odredite mjernu nesigurnost specifične otpornosti ρ ako su dani sljedeći podatci na S razini: otpor R=(21,33$\pm$0,21) [$m\Omega$], promjer *d*=(1,382$\pm$0,010) [mm] i duljina l=(80,00$\pm$0,10) [cm]. Iskažite rezultat na S i N razini.

6) Na raspolaganju imamo dva kondenzatora $C_1 = 100\ nF$ i $C_2 = 470\ nF$ s tolerancijom (graničnom pogreškom) od $\pm$10%. Potrebno je procijeniti mjernu nesigurnost nadomjesnog kapaciteta spajanjem navedena dva kondenzatora:
   c) serijski
   d) paralelno

   Iskažite rezultat na S i N razini.

1.3. Rad na vježbi

1.3.1. Mjerenje specifične otpornosti žice

1.3.1.1. Opis zadatka

Cilj je izračunati specifičnu otpornost ρ danih žica te iskazati mjerni rezultat na S i N razini. Izmjeriti dimenzije žice i izmjeriti otpor Thomsonovim mostom. Pogledati zadatak br. 5 iz pripreme.

1.3.1.2. Popis opreme

Tri neizolirane žice, pomično mjerilo ili mikrometarski vijak, mjerna traka, Thomsonov most, istosmjerni izvor napajanja i spojni vodiči.

1.3.1.3. Postupak (prije početka rada obavezno pročitati sve točke postupka i zatim postupiti prema njima!)

1) Izmjeriti promjer žice pomičnim mjerilom ili mikrometarskim vijkom. Mjeriti promjer na više mjesta duž vodiča.
2) Spojiti stezaljke Thomsonovog mosta i izmjeriti otpor 5 puta bez pomicanja stezaljki.
3) Izmjeriti duljinu vodiča između „unutrašnjih“ (naponskih) stezaljki Thomsonovog mosta.
4) PRIJE UKLJUČIVANJA U STRUJNI KRUG POZVATI DEMONSTRATORA ILI NASTAVNIKA!

Tablica 1.1. Mjerenje specifične otpornosti žice

Br	Materijal	$l\ [m]$	$u_A(\bar{l})\ [m]$	$u_B(\bar{l})\ [m]$	$d\ [mm]$	$u_A(\bar{d})\ [mm]$	$u_B(\bar{d})\ [mm]$	$R\ [m\Omega]$	$u_A(\bar{R})\ [m\Omega]$	$u_B(\bar{R})\ [m\Omega]$	$\rho\ [\Omega mm^2/m]$
1											
2											
3											
4											
5											
X		$\bar{l}\ [m]$	$u(\bar{l})\ [m]$		$\bar{d}\ [mm]$	$u(\bar{d})\ [mm]$		$\bar{R}\ [m\Omega]$	$u(\bar{R})\ [m\Omega]$		$u(\rho)\ [\Omega mm^2/m]$
X											
1											
2											
3											
4											
5											
X		$\bar{l}\ [m]$	$u(\bar{l})\ [m]$		$\bar{d}\ [mm]$	$u(\bar{d})\ [mm]$		$\bar{R}\ [m\Omega]$	$u(\bar{R})\ [m\Omega]$		$u(\rho)\ [\Omega mm^2/m]$
X											
1											
2											
3											
4											
5											
X		$\bar{l}\ [m]$	$u(\bar{l})\ [m]$		$\bar{d}\ [mm]$	$u(\bar{d})\ [mm]$		$\bar{R}\ [m\Omega]$	$u(\bar{R})\ [m\Omega]$		$u(\rho)\ [\Omega mm^2/m]$
X											

Tablica 1.2. Iskaz rezultata mjerenja na S i N razini

Materijal	S razina $\rho\ [\Omega mm^2/m]$	L	N razina $\rho\ [\Omega mm^2/m]$

1.3.2. Serijski/paralelni spoj kondenzatora

1.3.2.1. Opis zadatka

Izmjeriti kapacitet dva kondenzatora (po jedno mjerenje, odnosno potrebno je uvažiti samo nesigurnost B tipa), te na temelju graničnih pogrešaka mjernog uređaja procijeniti mjernu nesigurnost pojedinog kondenzatora. Nakon toga kondenzatore spojiti serijski, a zatim i paralelno te ponovno izvršiti mjerenja i procijeniti mjernu nesigurnost ukupnog kapaciteta na temelju graničnih pogrešaka mjernog uređaja, a ne tolerancijom samog kondenzatora (vidi zadatak br. 6. iz pripreme). Usporediti mjerne nesigurnosti te iskazati rezultate mjerenja na S i N razini.

1.3.2.2. Popis opreme

Dva (blok) kondenzatora, RLC metar.

1.3.2.3. Postupak

1) Izmjeriti kapacitet dva kondenzatora RLC metrom.
2) Spojiti kondenzatore serijski, a zatim paralelno te ponovno izvršiti mjerenja.
3) PRIJE UKLJUČIVANJA U STRUJNI KRUG POZVATI DEMONSTRATORA ILI NASTAVNIKA!

Tablica 1.3. Mjerenje kapaciteta

Kapacitet *C* [nF] (očekivano)	Kapacitet *C* [nF] (mjereno)	Serijski spoj (izravno)	Serijski spoj (računski)	Paralelni spoj (izravno)	Paralelni spoj (računski)

Tablica 1.4. Granična pogreška i mjerna nesigurnost pojedinog mjerenja kapaciteta

Granične pogreške mjernog uređaja	Mjerna nesigurnost kapaciteta $u(C)$ [nF]

Tablica 1.5. Mjerna nesigurnost serijsko/paralelne kombinacije te iskaz rezultata na S i N razini

Spoj	S razina [nF]		N razina [nF]		Mjerna nesigurnost [nF]	
	Izravno mjerenje	Neizravno mjerenje	Izravno mjerenje	Neizravno mjerenje	Izravno mjerenje	Neizravno mjerenje
Serijski						
Paralelno						

3.4. Zadaci za izvještaj

1) Što je obuhvatni faktor?
2) Kako se nazivaju parcijalne derivacije u izrazu (2-2) za složenu mjernu nesigurnost?
3) Pod kojom pretpostavkom je opravdano koristiti izraz (2-2) pri izračunu složene mjerne nesigurnosti?
4) Kako korelacija mjerenih varijabli može utjecati na mjernu nesigurnost?
5) Ako se usporede mjerne nesigurnosti iz tablice 2.6. za pojedine spojeve, pri kojem je tipu mjerenja veća mjerna nesigurnost?