Globalna iluminacija

Janjić, Antonio

Undergraduate thesis / Završni rad

2022

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **Josip Juraj Strossmayer University of Osijek, Department of Mathematics / Sveučilište Josipa Jurja Strossmayera u Osijeku, Odjel za matematiku**

Permanent link / Trajna poveznica: https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:126:098090

Rights / Prava: In copyright / Zaštićeno autorskim pravom.

Download date / Datum preuzimanja: **2024-03-29**

Repository / Repozitorij:

Repository of School of Applied Mathematics and Computer Science

Sveučilište Josipa Jurja Strossmayera u Osijeku
Odjel za matematiku

Sveučilišni preddiplomski studij Matematika i računarstvo

Globalna Iluminacija

Završni rad

Mentor:
doc. dr. sc. Domagoj Ševerdija

Kandidat:
Antonio Janjić

Osijek, 2022

Global Illumination

Sažetak

U ovom radu bavimo se problemom globalne iluminacije u 3D računalnoj grafici. Pojasniti ćemo pozadinu iza prikaza svijetlosti te metode za aproksimaciju i prikaz scene koje koriste globalnu iluminaciju.

Ključne riječi

globalna iluminacija, Monte Carlo, praćenje zrake

Summary

In this paper we study the global illumination problem in 3D computer graphics. We will explain the backgound behind displaying lighting as well as methods for approximating and displaying scenes which use global illumination.

Keywords

global illumination, Monte Carlo, raytracing

Sadržaj

1 Uvod **2**

2 Fizika Svijetla **3**
2.1 Modeli svijetla . . . 3
2.2 Radiometrija . . . 3
2.3 Prostorni kut . . . 4
2.4 Luminacija . . . 5
2.5 BRDF . . . 6
2.5.1 Zrcalne refleksije . . . 6
2.5.2 Difuzne refleksije . . . 7
2.5.3 Refrakcija ili lom svijetla . . . 7
2.6 Modeli sjenčanja . . . 8
2.6.1 Lambertov model . . . 8
2.6.2 Phongov model . . . 8
2.6.3 Blinn-Phongov model . . . 9
2.7 Jednadžba prikazivanja . . . 9

3 Monte Carlo integriranje **10**
3.1 Monte Carlo intuicija . . . 10
3.2 Monte Carlo metoda . . . 11
3.2.1 Pristranost . . . 11
3.3 Uzorkovanje po važnosti . . . 12

4 Računanje globalne iluminacije **13**
4.1 Praćenje zrake . . . 13
4.1.1 Slanje zraka iz kamere . . . 13
4.2 Direktna iluminacija . . . 13
4.3 Indirektna iluminacija . . . 14
4.4 Uzorkovanje funkcije distribucije . . . 15
4.4.1 Difuzna funkcija distribucije . . . 15
4.4.2 Spekularna funkcija distribucije . . . 16

5 Eksperimenti **17**

Literatura **19**

1 | Uvod

3D računalna grafika bavi se prikazom slika pomoću računala koje stvaraju iluziju trodimenzionalnosti. Od samog izuma tehnologije i prvih primjena te vrste grafike postavljalo je se pitanje kako na najbolji način prikazati stvarni svijet.

Direktno osvjetljenje

U prošlosti direktno osvjetljenje scene je bilo standard prikaza željene scene. Direktno osvjetljenje opisuje prikaz svijetla i osvjetljenih površina koji imaju direktan kontakt sa zrakama svijetla i kamerom. Prednost ovakvog prikaza slike je velika brzina i jednostavnost implementacije, no nema zadovoljavajući izgled.

Indirektno osvjetljenje - globalna iluminacija

Danas uz puno veću računalnu moć dolazi mogućnost za stvaranje veoma realističnih slika. Jedna od komponenti koja je zaslužna za to postignuće je indirektno osvjetljenje. Indirektno osvjetljenje uzima u obzir i odbijanje svijetla od površine. Ovo na realističan način opisuje ponašanje svijetla i samim time i slike postaju puno realnije.

U nastavku ovoga rada ćemo objasniti fiziku vezanu za prijenos svijetla, Monte Carlo metodu za integriranje i približiti pojedine metode kako postići globalnu iluminaciju.

2 | Fizika Svijetla

2.1 Modeli svijetla

Optika je grana fizike koja se bavi opisivanjem širenja svijetla kroz prostor.

Postoje 3 glavna modela svijetla koji se koriste u optici:

Kvantna optika proučava svojstva svijetla na kvantnoj razini. Fotoni imaju svojstva čestica i valova. Ovaj model je rijetko korišten za generiranje slika kako je veoma detaljan i kompleksan.

Valna optika svijetlost je val koji se širi valnim svojstvima. Ističu se fenomeni kao što je difrakcija, polarizacija i interferencija. Ovaj model je također rijetko korišten i valna svojstva se zanemaruju radi jednostavnosti.

Geometrijska optika svijetlost se modelira pomoću nerealističnih pretpostavki.

- Zrake se uvijek gibaju pravocrtno i nema interferencije sa drugim fizikalnim poljima.
- Svijetlost ima beskonačnu brzinu, to jest istog trenutka dolazi sa izvora svijetla na neku površinu.

Ove pretpostavke služe radi jednostavnosti i unatoč njima postižu se veoma dobri rezultati. Ovaj model je najčešće korišten za reprezentaciju svijetla.

2.2 Radiometrija

Radiometrija je grana optike koja se bavi mjerenjem elektromagnetske radijacije. Bliska grana fotometrije bavi se mjerenjem elektromagnetske radijacije u području između 380 i 780 nanometara, što je svijetlo koje je vidljivo ljudskom oku. Fotometrijske jedinice i formule se lako mogu izvesti koristeći radiometrijske, pa se uglavnom u računalnoj grafici koristi radiometrija.

Radijacijski fluks

Ukupna količina energije zračenja po sekundi se opisuje pomoću *radijacijskog fluksa* (još se naziva i *tok zračenja* ili *snaga zračenja*). Izražava se u vatima (džulima po sekundi) $W(J/s)$.

$$\Phi = \frac{\partial Q}{\partial t}[W]$$

Iradijancija

Ukupni upadni fluks po jedinici površine se naziva *iradijancija* E ili *ozračenje*. Ekvivalentna fotometrijska jedinica je *iluminacija*.

$$E = \frac{d\Phi_i}{dA}[W/m^2] \tag{2.1}$$

Radiozitet

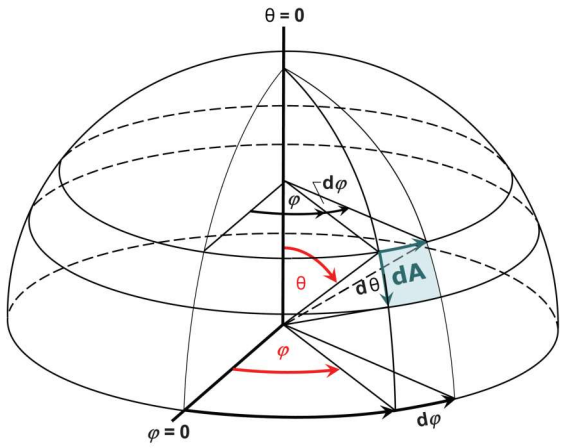
Radiozitet opisuje izlaznu snagu zračenja po jedinici površine.

$$B = \frac{d\Phi_e}{dA}[W/m^2]$$

2.3 Prostorni kut

Za računanje gore navedenih jedinica često je korisno znati "vidno polje" točke koja je osvijetljena ili koja zrači. Obični dvodimenzionalni kut proporcionalan je duljini luka na jediničnoj kružnici. Slično tome trodimenzionalni kut, tj. prostorni kut (oznaka ω) proporcionalan je isječku na jediničnoj sferi.

Prostorni kut se također može izraziti kao vektor koji prolazi središtem prostornog kuta. Navedeni vektor se može jednostavnije zapisati pomoću para kutova (ϕ, θ), vidi sliku 2.1. ϕ je kut rotacije oko vektora koji predstavlja gore u koordinatnom sustavu i naziva se *azimut*. θ je kut između vektora i sjevernog pola i naziva se *visina*.



Slika 2.1: Prostorni kut na jediničnoj sferi. [9]

Diferencijalnu površinu A prostornog kuta možemo izraziti na sljedeći način.

$$dA = r^2 \sin(\theta) \cdot d\theta \cdot d\phi$$

Uzmimo kružnicu i obični kut. Kružnica ima opseg od $2\pi r$ i razapinje kut od 2π radijana. Analogno, sfera ima površinu od $4\pi r^2$ i samim time prostorni kut razapinje sveukupno 4π *"steradijana"*.

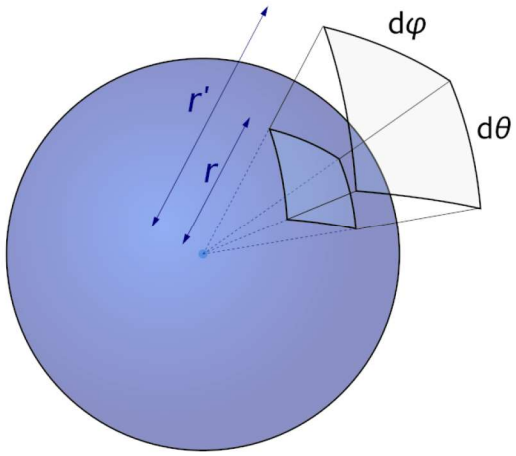
Koristeći ovu korelaciju možemo zaključiti da neki diferencijalni prostorni kut $d\omega$ koji razapinje diferencijalnu površinu dA se računa na sljedeći način.

$$d\omega = \frac{dA}{r^2} = \sin(\theta) \cdot d\theta \cdot d\phi$$

Za neku malu diferencijalnu površinu dA možemo aproksimirati prostorni kut projiciranjem površine na sferu, vidi sliku 2.2.

$$d\omega = \frac{\cos(\theta) dA}{d} = \frac{\cos(\theta) dA}{|r' - r|^2} \tag{2.2}$$

pri čemu je r' udaljenost između središta sfere i površine, a r radius sfere, za ilustraciju formule (2.2) vidi Sliku 2.2.



Slika 2.2: Projekcija diferencijalne površine na sferu. [11]

Iz (2.2) vidimo da je prostorni kut obrnuto proporcionalan kvadratu udaljenosti između površine i sfere na koju se projicira. Ovaj fenomen se naziva *"zakon inverznih kvadrata"* (eng. "inverse-square law").

2.4 Luminacija

Luminacija (ili sjaj) u problemima 3D grafike se može pojednostaviti odbacivanjem kvantnih svojstava te se može zapisati kao što je navedeno u [4, str 59] na sljedeći način:

$$L = \frac{d^2\Phi}{d\omega dA \cos(\theta)}$$

pomoću luminacije se (2.1) može zapisati kao integral po hemisferi Ω:

$$E = \frac{d\Phi}{dA} = \int_\Omega L(\omega) \cdot \cos(\theta) \cdot d\omega$$

Hemisfera Ω je jedna polutka jedinične sfere i predstavlja sve smjerove u koje neki promatrač može gledati [2, str. 333]. Definira se kao skup svih smjerova $(\phi, \theta), \phi \in [0, 2\pi], \theta \in [0, \pi/2]$.

2.5 BRDF

Odbijanje svijetla od materijal se može modelirati pomoću takozvane *funkcije distribucije dvosmjerne refleksije* (eng. Bi-directional Reflectance Distribution Function - BRDF). BRDF u točki x računa omjer izlazne luminacije u smjeru Θ s obzirom na upadnu iradijanciju sa smjerom Ψ. Označava se sa $f_r(x, \Psi \rightarrow \Theta)$, Ψ i Θ su prostorni kutovi.

$$\begin{aligned} f_r(x, \Psi \rightarrow \Theta) &= \frac{dL_r(x \rightarrow \Theta)}{dE_r(x \leftarrow \Psi)} \\ &= \frac{dL_r(x \rightarrow \Theta)}{L(x \leftarrow \Psi)\cos(N_x, \Psi)d\omega_\Psi} \end{aligned}$$

N_x je normala na osvjetljenu površinu u točki x, $\cos(N_x, \Psi)$ je kosinus kuta između normale i upadnog kuta Ψ.

Integriranjem hemisfere upadnih zraka Ω_i možemo dobiti sveukupnu izlaznu, *reflektiranu*, luminaciju L_r.

$$L_r(x \rightarrow \Theta) = \int_{\Omega_i} f_r(x, \Psi \rightarrow \Theta) L(x \leftarrow \Psi)\cos(N_x, \Psi)d\omega_\Psi \tag{2.3}$$

Ova formula se još naziva i *jednadžba refleksije*. Sa ovako definiranom jednadžbom možemo promotriti nekoliko čestih refleksija koje se pojavljuju.

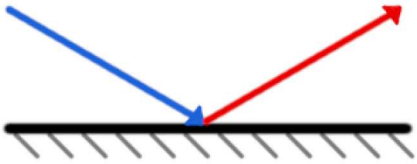
2.5.1 Zrcalne refleksije

Savršene zrcalne refleksije u prirodi ne postoje, no često ih susrećemo u 3D grafici i dovoljno realistično izgledaju. Zrcalne (spekularne) refleksije su refleksije čije se zrake uopće ne raspršuju - ulazni i izlazni kut su zrcaljeni oko normale na površinu. Također, zbog očuvanja energije, izlazna i ulazna luminacija su jednake, za ilustraciju ovog ponašanja vidi sliku 2.3. To znači da kada uzmemo u obzir integral po hemisferi, svi smjerovi će imati vrijednost funkcije (2.3) jednaku 0 osim jednog.

Ovakvo ponašanje možemo modelirati pomoću *Diracove δ funkcije* i opisivanjem prostornog kuta pomoću visine i azimuta. Zrcaljenje ulaznog kuta predstavlja sljedeće promjene u kutovima:

$$\begin{aligned} \theta_r &= \theta_i \\ \phi_r &= \phi_i \pm \pi \end{aligned}$$

$$f_r(x, \Psi \rightarrow \Theta) = \frac{\delta(\cos(\theta_i) - \cos(\theta_r)) \cdot \delta(\phi_i - (\phi_r \pm \pi))}{\cos(\theta_i)}$$



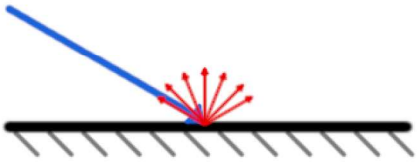
Slika 2.3: Zrcalna refleksija.

2.5.2 Difuzne refleksije

Idealni Lambertski difuzni materijali predstavljaju površine koje su mat. Za difuzne materijale vrijedi da luminacija točke ne ovisi o upadnom i izlaznom kutu svijetla, ilustracija ovog ponašanja je prikazana u slici 2.4. Sa ovim pretpostavkama jednadžba refleksije je konstanta.

$$f_r(x, \Psi \rightarrow \Theta) = \frac{\rho}{\pi}$$

Pri čemu je $\rho \in [0, 1]$ omjer ulazne i izlazne svjetlosne energije za dani materijal.



Slika 2.4: Difuzna refleksija.

2.5.3 Refrakcija ili lom svijetla

Refrakcija opisuje ponašanje svjetlosnih zraka koje putuju kroz prozirne materijale kao što su voda ili staklo.

Za određivanje smjera zrake koristi se *Snellov zakon*:

$$\eta_1 \sin(\theta_1) = \eta_2 \sin(\theta_2) \tag{2.4}$$

, pri čemu su η_1 i η_2 refrakcijski indeksi materijala, a θ_1 i θ_2 kutovi upadne zrake, odnosno refraktirane zrake i normale na površinu.

Refraktirana zraka T se računa na sljedeći način:

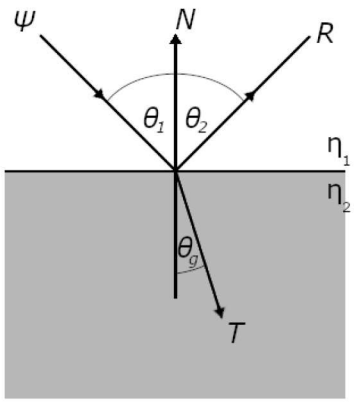
$$T = -\frac{\eta_1}{\eta_2}\Psi + N(\frac{\eta_1}{\eta_2}(N \cdot \Psi) - \sqrt{1 - (\frac{\eta_1}{\eta_2})^2(1 - (N \cdot \Psi)^2)})$$

pri čemu je N normala na površinu, a Ψ upadna zraka.

Vrijedi $N \cdot \Psi = \cos(\theta_1)$.

U slučaju da svijetlost dolazi na granicu sa manje gustim medijem može doći do *totalne refleksije*. Ako svijetlo ulazi pod kutom većim od graničnog kuta θ_g svijetlost se neće lomiti već će se reflektirati.

$$\theta_g = \arcsin(\frac{\eta_2}{\eta_1})$$



Slika 2.5: Refrakcija svijetla.

2.6 Modeli sjenčanja

U ovom odjeljku koristi ćemo sljedeće oznake:

- N vektor normale na površinu.
- Ψ vektor prema izvoru svijetla.
- Θ vektor prema oku/kameri.
- R vektor koji je idealna refleksija vektora Ψ

Postoje već definirani BRDF koje opisuju ponašanje svijetla, to su:

2.6.1 Lambertov model

Najjednostavniji model sjenčanja, podržava isključivo difuzne materijale. BRDF se definira kao:

$$f_r(x, \Psi \leftrightarrow \Theta) = k_d = \frac{\rho}{\pi}$$

ρ je već spomenuta konstanta iz odjeljka 2.5.2.

2.6.2 Phongov model

U prošlosti jedan od najpopularnijih modela. Izumio ga je Bui T. Phong [8]. Podržava difuzne i zrcalne refleksije.

$$f_r(x, \Psi \leftrightarrow \Theta) = k_s \frac{(R \cdot \Theta)^n}{N \cdot \Psi} + k_d$$

n predstavlja koeficijent sjaja materijala, proporcionalan je oštrini refleksije to jest sjajnosti materijala.

2.6.3 Blinn-Phongov model

Blinn-Phongov model je brža i jednostavnija alternativa Phongovom modelu, koju je predstavio James F. Blinn. Originalni Blinn-Phongov model ne poštuje zakon očuvanja energije te ne oponaša dobro većinu materijala, stoga je ovdje naveden *Modificirani Blinn-Phongov model*

$$f_r(x, \Psi \leftrightarrow \Theta) = k_s \frac{(N \cdot H)^n}{N \cdot \Psi} + k_d$$

Poluvektor H je vektor koji se nalazi između vektora Θ i Ψ.

Postoje drugi modeli koji pokušavaju realističnije oponašati stvarne materijale. Oni su puno kompliciraniji i sporiji za implementirati naspram gore navedenih. Neki od tih tzv. fizički baziranih modela su Cook-Torranceov model (za detalje vidi [2, str. 40] i [1]) i Lafortuneov model (za detalje vidi [6]). Stvoreni su koristeći empirijska mjerenja stvarnih materijala.

2.7 Jednadžba prikazivanja

Korištenjem jednadžbi refleksije i akumuliranjem upadne svijetlosti možemo izračunati luminaciju i samim time boju neke točke u sceni. James T. Kajiya je 1986. godine prezentirao integralnu jednadžbu s kojim se generaliziraju algoritmi prikazivanja [3].

$$L(x \to \Theta) = L_e(x \to \Theta) + L_r(x \to \Theta)$$

Luminacija je ovime izražena kao zbroj emitivne luminacije L_e i reflektirane luminacije L_r.

Koristeći (2.3) možemo zapisati detaljniji oblik jednadžbe.

$$L(x \to \Theta) = L_e(x \to \Theta) + \int_{\Omega_i} f_r(x, \Psi \to \Theta) L(x \leftarrow \Psi) \cos(N_x, \Psi) d\omega_\Psi \tag{2.5}$$

3 | Monte Carlo integriranje

Monte Carlo metoda bazira se na uzorkovanju podintegralne funkcije kako bi se dobila aproksimacija integrala. Primjenjiva je na bilo koju funkciju za koju možemo izračunati evaluaciju, čak i na onima za koje nemamo analitičko rješenje.

3.1 Monte Carlo intuicija

Intuiciju za samu metodu možemo dobiti uzmemo li kao primjer određivanje broja π [10, poglavlje 2.1]. Homogeno uzorkujemo kvadrat koji opisuje krug čije je središte u ishodištu koordinatnog sustava. Omjer točaka koje se nalaze unutar kružnice proporcionalan je površini samog kruga.

$$\frac{\pi r^2}{(2r)^2} = \frac{\pi}{4}$$

Korištenjem sljedećeg algoritma i pretpostavke da je $r = 1$ možemo odrediti površinu kruga a time i π.

Algoritam 1 Određivanje broja π

```
i ← n
m ← 0
while i > 0 do
    x ← random(−1, 1)
    y ← random(−1, 1)
    if x ∗ x + y ∗ y < 1 then
        m ← m + 1
    i ← i − 1
pi ← 4 ∗ (m/n)
```

Pokretanjem gore navedenog algoritma dobivamo sljedeće rezultate.

Broj iteracija	Površina	Pi	Greška
1000	0.77800000	3.11200000	0.029600000
1000000	0.78539100	3.14156400	0.000028654
1000000000	0.78539504	3.14158016	0.000012494

3.2 Monte Carlo metoda

Monte Carlo metoda aproksimira vrijednost integrala koristeći N uzoraka podintegralne funkcije f. Uzorci se nasumično odabiru iz područja integrala sa distribucijom koju opisuje funkcija gustoće $p(x)$.

Procjenitelj integrala I se računa kao:

$$\langle I \rangle = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} \frac{f(x_i)}{p(x_i)}$$

Očekivanje za neprekidnu slučajnu varijablu x i neprekidnu funkciju distribucije $p(x)$ je

$$E[x] = \int x p(x) dx$$

Također vrijedi da je za neku funkciju slučajne varijable $f(x)$ očekivanje jednako

$$E[f(x)] = \int f(x) p(x) dx$$

Koristeći prijašnje 3 jednadžbe može se pokazati da je očekivanje procjenitelja integrala jednako:

$$\begin{aligned} E[\langle I \rangle] &= E[\frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} \frac{f(x_i)}{p(x_i)}] \\ &= \frac{1}{N} N \int \frac{f(x)}{p(x)} p(x) dx \\ &= \int f(x) dx \\ &= I \end{aligned}$$

uz to kako je varijanca slučajne varijable jednaka $\sigma^2[x] = E[x^2] - (E[x])^2$, varijanca procjenitelja je

$$\sigma^2 = \frac{1}{N} \int \left(\frac{f(x)}{p(x)} - I \right)^2 p(x) dx$$

Analogno se definira procjenitelj za višedimenzionalne funkcije te se procjenitelji za višedimenzionalne funkcije koriste u aproksimiranju integrala istih, dok za niže dimenzije postoje algoritmi sa bržom konvergencijom.

3.2.1 Pristranost

Pristranost (eng. bias) procjenitelja $\langle I \rangle$ je

$$B(\langle I \rangle) := E[\langle I \rangle] - I$$

Nepristran procjenitelj je onaj za kojeg vrijedi $B(\langle I \rangle) = 0$. U globalnoj iluminaciji poželjno je imati nepristrane procjenitelje radi točnijeg i samim time "realističnijeg" izgleda konačne scene. No, ponekad korištenjem pristranih procjenitelja rezultira u manjoj varijanci slučajne varijable i samim time imaju dobre rezultate.

3.3 Uzorkovanje po važnosti

Korištenje nehomogenih funkcija gustoće omogućava nam da prilagodimo uzorkovanje. Možemo dakle koristiti funkcije gustoće takve da uzorkujemo *važnije* intervale funkcije. Ovakav način uzorkovanja se naziva "uzorkovanje po važnosti" (eng. importance sampling).

Optimalna funkcije distribucije je $p(x) = \frac{|f(x)|}{\int f(x)dx}$, no problem ovog odabira je što moramo izračunati integral koji zapravo želimo aproksimirati sa procjeniteljem. U suštini, kako bi povećali brzinu konvergencije i smanjili varijancu integrala želimo odabrati funkciju distribucije koja prati "oblik" podintegralne funkcije.

4 | Računanje globalne iluminacije

U ovom poglavlju ćemo predstaviti jedan od načina kako izračunati globalnu iluminaciju i samim time dobiti sliku scene koju želimo. Cijeli problem globalne iluminacije se svodi na prijenos svijetla iz izvora do površine, sa površine na drugu površinu i sa površine u kameru/oko. Postoji mnoštvo metoda koje se mogu koristiti za oponašanje svijetla, mapiranje fotona, praćenje zrake, stohastičko osvjetljenje i drugi. U ovome radu predstaviti ću metodu praćenja zrake.

4.1 Praćenje zrake

Većina softvera koji žele postići globalnu iluminaciju koriste u nekom obliku takozvani algoritam praćenja zrake (eng. raytracing algorithm). Ova tehnika zasniva se na činjenici da uz određene pretpostavke nije bitno u kojem smjeru gledamo zrake svijetla. To jest, umjesto da pratimo zrake iz izvora svijetla, pratimo ih u obrnutom smjeru – iz kamere.

4.1.1 Slanje zraka iz kamere

Simuliramo kameru (često se priča i o oku) koja ima veoma mali otvor. Slika se producira na način da se iz točke u prostoru koja simulira otvor za svijetlo šalju zrake u scenu, pri tome zrake prolaze kroz piksele naše konačne slike. Ovdje primjenjujemo ranije spomenute koncepte kao što su *prostorni kut* iz odjeljka 2.3 i luminacija, odjeljak 2.4. Naime, za izračun boje željenog piksela trebamo znati luminaciju tog piksela. Luminacija samog piksela dobiva se iz jednadžbe prikazivanja (2.5). Za računanje iste nužan nam je integral po prostornom kutu koji prolazi kroz taj piksel. Kako bi dobili konačnu sliku moramo ponoviti postupak za svaki piksel slike.

4.2 Direktna iluminacija

Kako bi ubrzali računanje luminacije i smanjili šum slike možemo kao prvi korak izračunati direktnu luminaciju koja se šalje iz izvora svijetla.

Za direktnu iluminaciju koristimo sljedeći algoritam:

Algoritam 2 Direktna iluminacija

```
procedure DirektnaIluminacija(x, theta)
    n ← broj zraka sjene
    luminacija ← 0
    for ∀zrake sjene do
        ray ← zraka prema svijetlu sa izvorom x
        if ray siječe objekt koji nije svijetlo then
            continue
        else
            luminacija ← luminacija + L_e + BRDF/pdf
    luminacija ← luminacija/n
    return luminacija
```

Za točke sjecišta zrake iz kamere i objekta scene x računamo direktnu iluminaciju na način da pošaljemo n zraka prema izvorima svijetla. Koristimo n takozvanih *zraka sjene* (eng. shadow rays) kako bi mogli dobiti penumbru sjene, ako je izvor svijetla skriven iza nekog drugog objekta.

4.3 Indirektna iluminacija

Indirektna iluminacija je srž algoritama globalne iluminacije. U suštini radimo sličan postupak kao i u direktnoj iluminaciji. Šaljemo zrake iz kamere i tražimo presjeke sa objektima u sceni. Za razliku od direktne iluminacije ovdje se postupak ne završava, već koristimo jednadžbu prikazivanja (2.5) i ponovno, rekurzivno, slanje zraka kako bi izračunali "stvarnu" luminaciju.

Algoritam 3 Indirektna iluminacija za točku presjeka x

```
procedure RačunajLuminaciju(x, dir)
    luminacija ← L_e(x, dir)
    luminacija ← luminacija + direktnaIluminacija(x, dir)
    luminacija ← luminacija + indirektnaIluminacija(x, dir)
procedure IndirektnaIluminacija(x, Θ)
    luminacija ← 0
    n ← broj zraka refleksije
    for ∀zrake refleksije do
        Ψ ← uzorkovani smjer iz hemisfere
        ray ← zraka sa izvorom x i smjerom Ψ
        y ← sjecište scene i zrake ray
        luminacija ← luminacija +
            RačunajLuminaciju(y, Ψ) · cos N_x, Ψ · BRDF/pdf
    luminacija ← luminacija/n
    return luminacija
```

4.4 Uzorkovanje funkcije distribucije

Kako bi postigli bržu konvergenciju i smanjili šum možemo koristiti nehomogene funkcije distribucije oviseći o tipu refleksije.

4.4.1 Difuzna funkcija distribucije

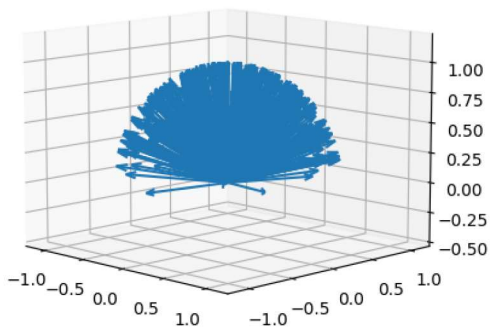
Za difuzne refleksije nažalost moramo uzorkovati cijelu hemisferu nad točkom. Uzorkovanje možemo postići koristeći kosinusovu distribuciju. Za slučajne varijable u, v zadane na $[0, 1]$ komponente točke hemisfere računamo na sljedeći način:

$$\begin{aligned} \phi &= 2\pi u \\ x &= \cos(\phi)\sqrt{v} \\ y &= \sin(\phi)\sqrt{v} \\ z &= \sqrt{1-v} \end{aligned}$$

Funkcija distribucije za ovu refleksiju je

$$p(x) = \frac{\cos(N \cdot \Theta)}{\pi} \tag{4.1}$$

Za ilustraciju nasumično generiranih smjerova vidi sliku 4.1.



Slika 4.1: 100 nasumičnih kosinusovih smjerova.

4.4.2 Spekularna funkcija distribucije

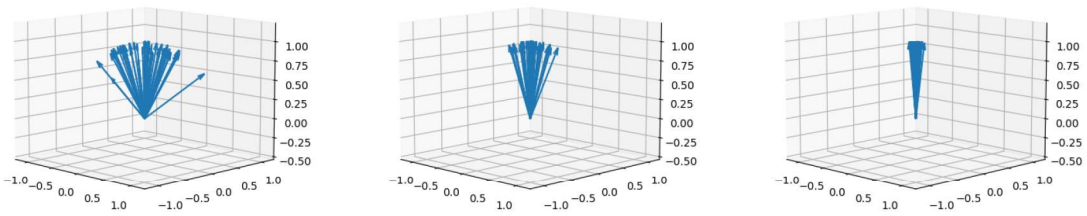
Zrcalne refleksije nam omogućuju da uveliko smanjimo broj uzoraka i domenu uzorkovanja bez negativnih posljedica. Za savršene refleksije nam je dovoljan jedan uzorak a funkcija distribucije se uvijek evaluira u 1. Za grube refleksije generiranje reflektirane zrake možemo postići perturbacijom savršenog reflektiranog vektora za mali kut [5, str. 7].

Funkcija distribucije ovakvih spekularnih refleksija se može aproksimirati sa:

$$p(x) = (n+1)\frac{\cos\left(N \cdot \Theta\right)^{n+1}}{2\pi} \tag{4.2}$$

gdje je n koeficijent sjaja materijala. Ovisnost generiranih točaka o koeficijentu n vidi se na slikama 4.2.

Slika 4.2: Nasumični spekularni smjerovi.

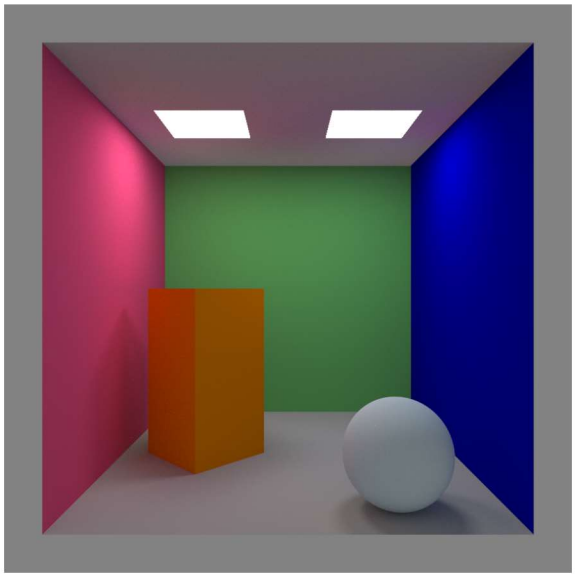


n=5 n=50 n=500

5 | Eksperimenti

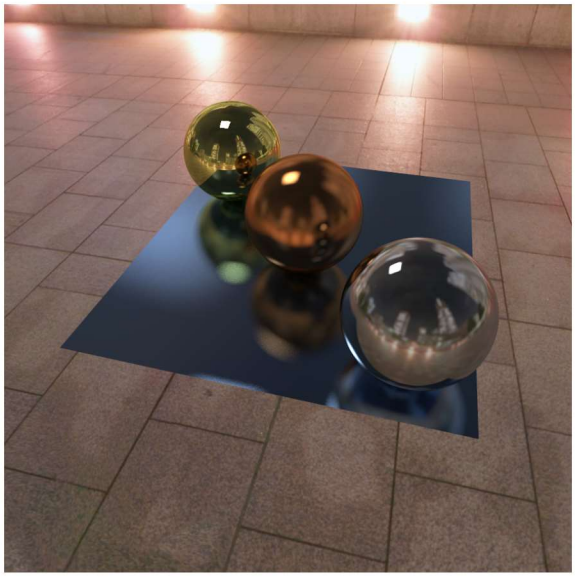
Sama implementacija algoritma globalne iluminacije nije teška za izvesti. Težina i problemi proizlaze iz potrebe poznavanja fizike i vjerojatnosti te u slučaju želje za generalizacijom softvera da podržava različite objekte, nadograđivanje; bude lagan za korištenje i optimiziran. Praćenje zrake samo po sebi je jako spor proces koji je dodatno usporen kompleksnijim operacijama koje su nužne za aproksimaciju vrijednosti luminacije. Paralelizacija izvršavanja praćenja zrake je nužna želimo li imati prihvatljiva vremena izvedbe programa. Također, strukture koje ubrzavaju praćenje zrake, kao što je hijerarhija omeđujućih volumena (eng. bounding volume hierarchy - BVH) su preporučljive.

Primjer jedne implementacije softvera koji koristi globalnu iluminaciju za kreiranje slike može se pronaći na `https://github.com/Lame-een/globalillum`. Primjeri slika nastalih koristeći navedeni softver slijede.



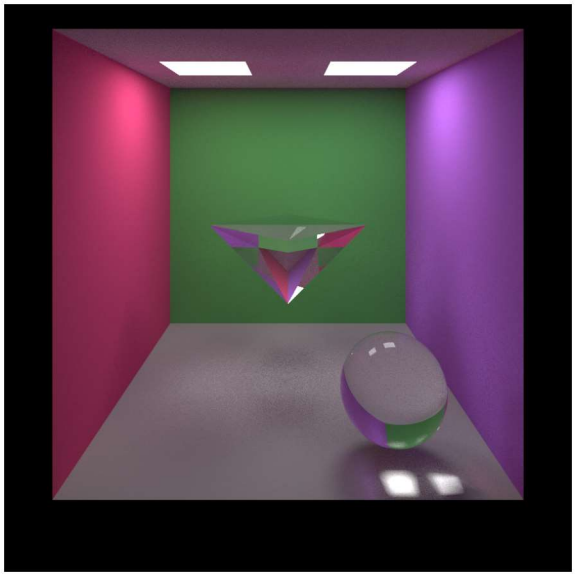
Slika 5.1: Difuzna Cornellova kutija.

U ovom primjeru, slika 5.1, svi objekti su difuzni, osim dva kvadrata pri vrhu koji su emitivnog materijala. Zrake se šalju iz kamere i kako su svi materijali difuzni koristimo uglavnom kosinusove smjerove i funkciju distribucije (4.1) za generiranje novih zraka pri sudaru sa objektom. Zrake koje iščeznu u pozadinu u ovome primjeru doprinose boji objekata kako je pozadina nije crne boje.



Slika 5.2: Tri zrcalne kugle.

Na slici 5.2 prikazuju se zrcalni materijali sa različitim koeficijentima n iz formule (4.2). Proces je veoma sličan kao u gore navedenom primjeru, no u ovom primjeru koristimo teksturu (tzv. cubemap, preuzetu s [7]) kao pozadinu i zrake će se reklektirati koristeći funkciju distribucije (4.2). Ukoliko zraka iščezne u pozadinu, tekstura će se uzorkovati i uzorkovana boja pridružiti zraci.



Slika 5.3: Primjer refrakcije.

Konačni primjer, slika 5.3, tiče se refrakcije svijetla. Materijal piramide u sredini scene i kugle pri dnu je proziran. Materijal imaj koeficijent refrakcije stakla 1.52. Korištenjem Snellovog zakona (2.4) dobivamo lom zraka koje prolaze kroz prozirni materijal. Kako bi smanjili šum i postigli kaustične efekte skupljanja svijetla na površini ispod sfere i piramide koristili smo funkciju distribucije koja će direktno uzorkovati prozirne materijale [10, poglavlje 12.3].

Literatura

[1] Robert L. Cook i Kenneth E. Torrance. "A Reflectance Model for Computer Graphics". *ACM Trans. Graph.* (1982.). URL: https://doi.org/10.1145/357290.357293.

[2] Philip Dutre, Philippe Bekaert i Kavita Bala. *Advanced Global Illumination, 2nd Edition*. ISBN: 9781498785624. CRC Press, 2016.

[3] James T. Kajiya. "The rendering equation". *ACM SIGGRAPH Computer Graphics* Volume 20.Issue 4 (1986.). URL: https://doi.org/10.1145/15886.15902.

[4] Velimir Labinac i Branka Milotić. *FIZIKA III: VALOVI I OPTIKA, Pregled formula*. 2022.

[5] Eric P. Lafortune i Yves D. Willems. "Using the Modified Phong brdf for Physically Based Rendering". (1994.). Technical Report CW197.

[6] Eric P. F. Lafortune i dr. "Non-Linear Approximation of Reflectance Functions". *SIGGRAPH '97: Computer graphics* (1997.).

[7] Emil "Humus" Persson. *Yokohama 3, Yokohama 2*. Licensed under CC BY 3.0. URL: http://www.humus.name/index.php?page=Textures (pogledano 10. 9. 2022.).

[8] Bui Tuong Phong. "Illumination for Computer Generated Pictures". *Communications of ACM 18* 6 (1975.). URL: http://www.cs.northwestern.edu/~ago820/cs395/Papers/Phong_1975.pdf.

[9] SEOS-project. *Plane and Solid Angles*. Licensed under CC BY-NC-SA 2.0. URL: https://seos-project.eu/laser-rs/laser-rs-c03-s02-p02.html (pogledano 25. 9. 2022.).

[10] Peter Shirley. *Ray Tracing in One Weekend*. 2020. URL: https://raytracing.github.io/ (pogledano 15. 9. 2022.).

[11] Sharayanan on Wikimedia Commons. *Small solid angle definition*. Licensed under CC BY-SA 4.0. URL: https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Small_solid_angle.svg (pogledano 25. 9. 2022.).