

# Primjena mjera centralnosti u mreži 9/11

---

**Konjušak, Elizabeta**

**Master's thesis / Diplomski rad**

**2019**

*Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:* **Josip Juraj Strossmayer University of Osijek, Department of Mathematics / Sveučilište Josipa Jurja Strossmayera u Osijeku, Odjel za matematiku**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:126:710229>

*Rights / Prava:* [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2024-10-16**



*Repository / Repozitorij:*

[Repository of School of Applied Mathematics and Computer Science](#)



Sveučilište J.J. Strossmayera u Osijeku  
Odjel za matematiku  
Sveučilišni nastavnički studij matematike i informatike

**Elizabeta Konjušak**

**Primjena mjera centralnosti u mreži 9/11**

Diplomski rad

Osijek, 2019.

Sveučilište J.J. Strossmayera u Osijeku  
Odjel za matematiku  
Sveučilišni nastavnički studij matematike i informatike

**Elizabeta Konjušak**

**Primjene mjera centralnosti u mreži 9/11**

Diplomski rad

Mentor: doc. dr. sc. Snježana Majstorović

Osijek, 2019.

# Sadržaj

Uvod	i
<b>1 Osnovni pojmovi teorije grafova</b>	<b>1</b>
1.1 Neusmjereni grafovi . . . . .	1
1.2 Povezani grafovi . . . . .	3
1.3 Matrice pridružene grafu . . . . .	5
<b>2 Terorističke mreže</b>	<b>8</b>
2.1 Analiza terorističke organizacije . . . . .	8
2.1.1 Podjela terorističkih skupina . . . . .	9
2.2 Teroristički napad na Bali . . . . .	10
2.2.1 Podaci o napadu . . . . .	10
2.2.2 Mreža napada . . . . .	10
2.3 Teroristički napad 9/11 . . . . .	12
2.3.1 Odvijanje napada . . . . .	12
2.3.2 Mreža pilota . . . . .	12
<b>3 Mreža 9/11</b>	<b>15</b>
3.1 Mjere centralnosti . . . . .	15
3.1.1 Stupanj vrha . . . . .	17
3.1.2 Svojstvena centralnost . . . . .	19
3.1.3 Katzova centralnost . . . . .	22
3.1.4 Međupoloženost . . . . .	24
3.1.5 Koeficijent grupiranja . . . . .	27
3.2 Onesposobljavanje mreže . . . . .	29
3.2.1 Uklanjanje jednog vrha . . . . .	30
3.2.2 Uklanjanje više vrhova . . . . .	35
<b>4 Usporedba rezultata</b>	<b>40</b>
<b>Zaključak</b>	<b>41</b>
<b>Literatura</b>	<b>42</b>
<b>Prilog 1</b>	<b>43</b>

Prilog 2	48
Prilog 3	49
Prilog 4	50
Prilog 5	52
Prilog 6	54
Prilog 7	55
Sažetak i ključne riječi	56
Summary	57
Životopis	58

## Uvod

Kompleksna mreža je mreža ili graf s netrivialnim topološkim svojstvima u koja se ubrajaju visoki koeficijent grupiranja, mali dijametar i mala prosječna duljina najkraćeg puta, distribucija stupnjeva s debelim repom (engl. fat-tailed degree distribution), hijerarhijska struktura i pojavljivanje zajednica. Pokazano je da se sustavi iz različitih područja prirodnih ili društvenih znanosti mogu modelirati kao kompleksne mreže (tehnološke mreže, biološke mreže, društvene mreže, informacijske mreže) i da sve te mreže dijele neka zajednička svojstva. Ta se svojstva proučavaju u posebnom interdisciplinarnom području koje se zove Analiza kompleksnih mreža, a koje se posebno brzo razvija u zadnjih petnaestak godina. Važan segment u području analize kompleksnih mreža predstavlja otkrivanje značajnih vrhova ili pak zajednica - gustih grupa vrhova u mreži.

Društvene mreže su specijalne kompleksne mreže, odnosno grafovi u kojima su vrhovi ljudi, a bridovi predstavljaju povezanost ljudi, bilo da se radi o osobnim vezama ili profesionalnim. Takve mreže smatraju se živim organizmima jer se u njima najčešće događaju izvjesne promjene. Mreže dobivaju i/ili gube određene vrhove i bridove, formiraju se određene grupe vrhova koje sadrže velik broj bridova te tako nastaju hubovi, vrhovi vrlo visokog stupnja koji su glavni elementi mreže, a bez kojih bi mreža izgubila dobru povezanost te prestala funkcionirati kao cjelina. Za otkrivanje najznačajnijih vrhova u mreži koriste se takozvane mjere centralnosti.

U analizi raznih društvenih mreža od velike je važnosti otkrivanje najutjecajnijih osoba ili grupe ljudi koji imaju snažne međusobne veze. Taj problem posebno dolazi do izražaja prilikom proučavanja epidemioloških mreža (tko će najbrže širiti zarazu) i terorističkih (tko je glavni pokretač kriminalnih aktivnosti).

Ovaj se rad bavi terorističkim mrežama pa ćemo najprije pokušati definirati pojam terorizma, a onda se upustiti u analizu terorističke mreže.

Terorizam se prema odluci Europske unije definira ovako:

”Terorizam (odnosno teroristički čin) definira se kao čin koji, s obzirom na svoju prirodu i kontekst, može ozbiljno naštetiti državi ili međunarodnoj organizaciji, te koji je počinjen s namjerom ozbiljnog zastrašivanja stanovništva, ili nezakonitog iznuđivanja (prisiljavanja) vlade ili međunarodne organizacije da nešto čine ili da se suzdrži od nekog čina, ili ozbiljnog destabiliziranja ili uništavanja temeljne političke, ustavne ili gospodarske strukture zemlje ili međunarodne organizacije.”

Blaži oblici terorizma su ucjene, krađe, prosvjedi, dok su teži oblici uzimanje ljudskih života, samoubojstva, bombardiranja i slično.

Napad na Sjedinjene Američke Države koji se odvio 11. rujna 2001. godine jedan je od tragova terorizma koji se urezao u povijest. Radi se o izuzetno nasilnom obliku napada koji uključuje brojne ljudske žrtve. Spomenuti napad se odvijao tako da su pripadnici grupe Al-Qaida otuđili četiri zrakoplova, dva s ciljem rušenja Svjetskog trgovačkog centra (WTC, Manhattan, New York City), jedan za uništavanje Pentagona (Washington, Virginia) te jedan za rušenje Bijele kuće (Washington). Tri putnička zrakoplova su se srušila u navedene terorističke mete, dok je četvrti, koji je letio prema Bijeloj kući, pao prije dolaska do cilja. Devetnaest osoba je sudjelovalo u krađi zrakoplova, ali se detaljnijim proučavanjem došlo do zaključka kako iza cijelog napada stoje oko 62 osobe. Matematičko modeliranje ovakvog ili sličnih događaja dugotrajan je i ozbiljan posao. Dobiveni modeli ključni su pri istraživačkom procesu jer omogućuju istražiteljima da što uspješnije procesuiraju počinitelje kriminalnih radnji. Ipak, krajnji cilj modeliranja teorističkih organizacija kompleksnim mrežama jest prevencija budućih terorističkih napada. Prilikom konstrukcije takvih mreža javljaju se tri glavna problema:

- nepotpunost informacija; neke stvari nikada neće biti otkrivene;
- nejasne granice; ne znamo je li baš svaka osoba s kojom se komuniciralo uključena u napad ili je samo slučajni poznanik;
- dinamičnost sustava; ovakve mreže nisu statične, vrhovi i bridovi se stalno dodavaju i uklanjaju, ovisno o tome je li pojedinac postao terorist ili se povukao iz cjeline, a dodatno, onesposobljivanje nekih od navedenih, mijenja strukturu cijele mreže.

U ovom radu ćemo se bazirati na primjenu nekih mjera centralnosti na mrežu napada 9/11. Na nekoliko različitih načina ćemo pokušati doći do jednog ili više najutjecajnijih vrhova, odnosno osoba koje imaju ključnu ulogu u organiziranju napada. Informacije o osobama zaduženima za napad prikupili smo iz dostupne baze podataka. Nakon konstrukcije kompleksne mreže, slijedi detaljna analiza njene strukture korištenjem mjera centralnosti.

Prije samog upoznavanja s mrežom i metodama identifikacije najvažnijih vrhova, prisjetit ćemo se osnovnih pojmova i definicija iz teorije grafova. Zatim ćemo

se, u drugom poglavlju, dotaknuti same strukture terorističke skupine, koju možemo usporediti s velikom korporacijom. Zatim ćemo dati dva primjera terorističkog napada i na njima pojasniti strukturu terorističke grupe. Treće poglavlje se bazira na cjelokupnu mrežu 9/11, a zadnje poglavlje služi za usporedbu rezultata.

Kroz cijeli rad ćemo se pozivati na programski kod napisan u programskom jeziku Python. Rad na velikim mrežama je zahtjevan i lako dolazi do pogrešaka pa smo se odlučili osloniti na preciznost Python biblioteke NetworkX.



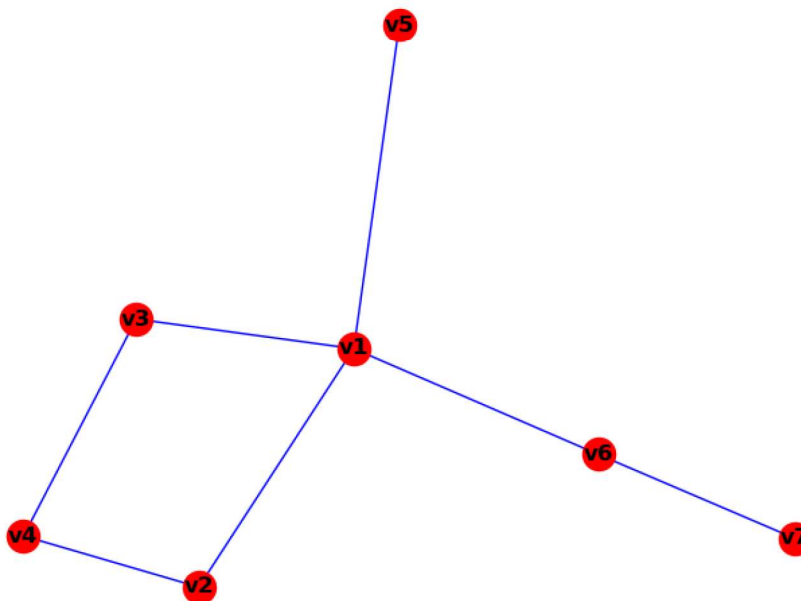
# 1 Osnovni pojmovi teorije grafova

Analiza društvenih mreža koristi pojmove i tvrdnje iz područja teorije grafova pa je nužno napraviti pregled osnovnih pojmova i definicija koje će biti potrebne za razumijevanje rada.

## 1.1 Neusmjereni grafovi

**Definicija 1.** Graf (mreža)  $G$  je uređena trojka  $G = (V(G), E(G), \psi(G))$  koja se sastoji od nepraznog skupa  $V(G)$ , čiji su elementi vrhovi od  $G$ , skupa  $E(G)$  disjunktog s  $V(G)$ , čiji su elementi bridovi od  $G$  i funkcije incidencije  $\psi(G)$  koja svakom bridu od  $G$  pridružuje neuređeni par (ne nužno različitih) vrhova od  $G$ .

Na slici 1 prikazan je primjer grafa.



Slika 1: Jednostavan netežinski graf

Dani graf zovemo jednostavnim jer ne sadrži petlje ni višestruke bridove. Graf koji sadrži višestruke bridove zovemo multigrafom. Ako graf sadrži jednu ili više petlji (bridove koji spajaju vrh sa samim sobom), tada govorimo o pseudografu. Za analizu mreže 9/11 bit će dovoljno poznavati jednostavne netežinske grafove. U težinskom grafu svakom je bridu dodijeljena određena vrijedost, odnosno neki realan

broj, pa nisu svi bridovi jednako važni. Kod netežinskog grafa težine svih bridova imaju istu vrijednost pa nema težih i lakših bridova, nego su svi bridovi ravnopravni.

Dva vrha su susjedna ako su oba incidentna s nekim bridom. Na slici 1 su vrhovi  $v_1$  i  $v_3$  incidentni s istim bridom pa su susjedni. Vrh može imati više od jednoga susjeda (npr. vrh  $v_1$ ), a broj susjeda pojedinog vrha je usko povezan s definicijom stupnja vrha.

**Definicija 2.** *Stupanj ili valencija vrha  $v$  u grafa  $G$  je broj  $d_G(v)$  bridova grafa  $G$  koji su incidentni s  $v$ .*

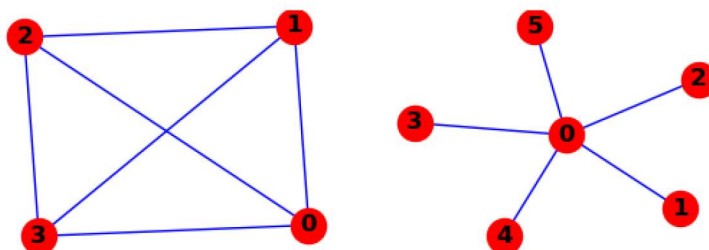
Određimo stupnjeve vrhova grafa sa slike 1:

$$d_G(v_1) = 4, d_G(v_2) = d_G(v_3) = d_G(v_4) = d_G(v_6) = 2, d_G(v_7) = d_G(v_5) = 1.$$

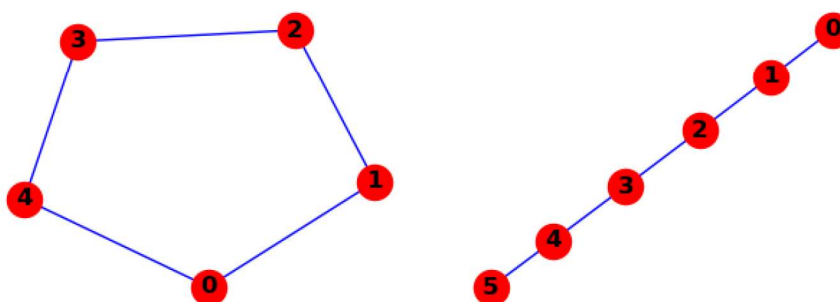
Kod jednostavnih grafova, broj susjeda nekog vrha jednak je stupnju toga vrha. Promotrimo sada neke specijalne slučajeve jednostavnih grafova.

- Put s  $n$  vrhova  $P_n$  je jednostavan graf definiran skupom vrhova  $V(P_n) = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  i skupom bridova  $E(P_n) = \{v_i v_{i+1} : i = 1, \dots, n-1\}$ .
- Ciklus s  $n$  vrhova  $C_n$  je jednostavan graf definiran skupom vrhova  $V(C_n) = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  i skupom bridova  $E(C_n) = \{v_1 v_2, v_2 v_3, \dots, v_{n-1} v_n, v_n v_1\}$ .
- Potpun graf  $K_n$  s  $n$  vrhova je jednostavan graf u kojemu je svaki par vrhova spojen bridom.
- Regularan graf je jednostavan graf koji je  $r$ -regularan za neki  $r$  (graf je  $r$ -regularan ako mu je svaki vrh stupnja  $r$ ).
- Bipartitan graf je jednostavan graf čiji se skup vrhova može particionirati u dva međusobno disjunktna skupa  $X$  i  $Y$  tako da svaki brid ima jedan kraj u  $X$ , a drugi u  $Y$ .
- Potpun bipartitan graf je jednostavan bipartitan graf s biparticijom  $(X, Y)$  u kojemu je svaki vrh iz  $X$  spojen sa svakim vrhom iz  $Y$ . Označava se s  $K_{m,n}$ , gdje je  $m = |X|$  i  $n = |Y|$ .
- Zvijezda  $S_n$  je potpun bipartitan graf  $K_{1,n-1}$ .

Na slici 2 možemo vidjeti primjere potpunog grafa i zvijezde, dok se na slici 3 nalaze ciklus i put.



Slika 2: Potpun graf  $K_5$  (lijevo) i zvijezda  $S_6$  (desno).



Slika 3: Ciklus  $C_5$  (lijevo) i put  $P_6$  (desno).

**Definicija 3.** Graf  $H$  je podgraf grafa  $G$ , u oznaci  $H \subseteq G$ , ako je  $V(H) \subseteq V(G)$  i  $E(H) \subseteq E(G)$ , a za funkcije incidencije vrijedi  $\psi_H = \psi_G|_{E(H)}$ , odnosno  $\psi_H$  je restrikcija od  $\psi_G$  na  $E(H)$ .

## 1.2 Povezani grafovi

U ovom pododjeljku ćemo definirati povezanost, put, najkraći put i šetnju.

**Definicija 4.** Šetnja u grafu  $G$  je netrivialan konačan niz  $W = v_0e_1v_1e_2v_2\dots e_kv_k$  čiji su članovi naizmjenično vrhovi  $v_i$  i bridovi  $e_i$  tako da su krajevi od  $e_i$  vrhovi  $v_{i-1}$  i  $v_i$ , za svaki  $i = 1, 2, \dots, k$ .

Kažemo da je  $W$  šetnja od  $v_0$  do  $v_k$  ili  $(v_0, v_k)$ -šetnja. Vrh  $v_0$  zovemo početak,

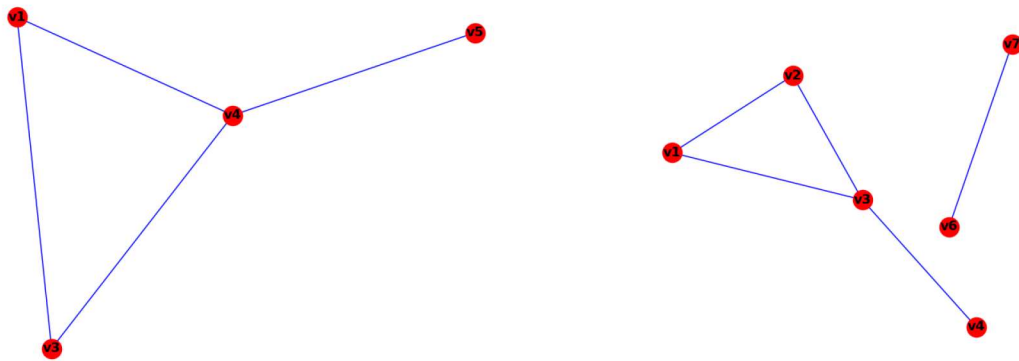
a  $v_k$  kraj šetnje. Svi ostali vrhovi su unutarnji vrhovi šetnje. Broj  $k \in \mathbb{N}_0$  zovemo duljinom šetnje  $W$ . Ukoliko je početak i kraj šetnje isti vrh, tada kažemo da je šetnja  $W$  zatvorena. Ako su svi bridovi u šetnji  $W$  međusobno različiti, onda se  $W$  naziva staza. Ako se šetnja sastoji od međusobno različitih vrhova (a onda i bridova), tada govorimo o putu. Specijalno, ako put ima duljinu jednaku nuli, za takav put kažemo da je trivijalan. Zatvorena šetnja u kojoj su svi vrhovi (osim početnog i krajnjeg) međusobno različiti naziva se ciklus.

**Definicija 5.** Udaljenost  $d_G(u, v)$  dvaju vrhova  $u, v \in V(G)$  je duljina najkraćeg  $(u, v)$ -puta u grafu  $G$ . Ako takav put ne postoji, onda stavljamo  $d_G(u, v) = \infty$ .

Dva vrha  $u$  i  $v$  su povezana ako postoji  $(u, v)$ -put u grafu  $G$ .

**Definicija 6.** Graf  $G$  je povezan ako je  $d_G(u, v) < \infty$  za svaki  $u, v \in V(G)$ . U suprotnom kažemo da je graf  $G$  nepovezan.

Na slici 4 vidimo primjer povezanog i nepovezanog grafa. Desni graf nije povezan iz razloga što ne postoji put od vrha  $v_1$  do vrha  $v_6$ .



Slika 4: primjer povezanog (lijevo) i nepovezanog (desno) grafa.

Intuitivni način proučavanja društvenih zajednica, a time i terorističkih mreža, je uočavanje "najbitnijeg" vrha. Prirodno se nameće traženje vrha bez kojeg bi graf bio nepovezan. Primjerice, ako pogledamo graf na slici 4 lijevo, uočavamo da bi uklanjanjem vrha  $v_4$  on potao nepovezan graf. Vrh ili brid, čijim uklanjanjem graf postaje nepovezan, nazivaju se redom rezni vrh, odnosno rezni brid (most).

**Definicija 7.** Povezanost ili vršna povezanost  $\kappa(G)$  grafa  $G$  je najmanji broj vrhova čijim izbacivanjem graf prestaje biti povezan ili postaje trivijalan, tj.

$$\kappa(G) = \min \{ |V'| : V' \text{ vršni rez od } G \}.$$

**Definicija 8.** *Bridna povezanost  $\kappa(G)$  grafa  $G$  je najmanji broj bridova čijim izbacivanjem graf prestaje biti povezan ili postaje trivijalan, tj.*

$$\kappa'(G) = \min \{ |F'| : F' \text{ vršni rez od } G \}.$$

Tako je u grafu na slici 4 lijevo rezni vrh vrh  $v_4$ , a brid koji povezuje  $v_4$  i  $v_5$  je rezni brid. Za takav graf kažemo da je 1-povezan, čime želimo istaknuti da s manje od jednog vrha ne možemo raskinuti graf. Preciznije, reći ćemo da je vršna povezanost takvog grafa jednaka jedan. Vršna povezanost grafa  $K_4$  je, pak, 3. Moramo ukloniti tri vrha kako bi se graf raspao ili postao trivijalan. U ovom slučaju ćemo zapravo dobiti trivijalan graf, tj. graf koji se sastoji od samo jednog vrha. Dakle, potpun graf je najotporniji na uklanjanje vrhova ili bridova. Suprotno potpunom grafu, zvijezde su najmanje otporne na uklanjanje vrhova, odnosno bridova. Dovoljno je ukloniti jedan vrh ili jedan brid da bi se zvijezda raspala na više komponenata povezanosti.

Sada ćemo navesti pojmove vezane za udaljenost vrhova u grafu:

- **ekscentricitet**  $e(v)$  vrha  $v$  povezanog grafa  $G$  je  $\max_{u \in V(G)} d(u, v)$ ;
- **radijus**  $r(G)$  grafa  $G$  je  $\min_{u \in V(G)} e(u)$ ;
- **dijametar**  $diam(G)$  je  $\max_{u, v \in V(G)} d(u, v)$ ;
- **centralni vrh** grafa  $G$  je vrh  $v$  takav da  $e(v) = r(G)$ ;
- **periferni vrh** grafa  $G$  je vrh  $v$  takav da  $e(v) = diam(G)$ ;
- **struk**  $g(G)$  grafa  $G$  je duljina najkraćeg ciklusa u  $G$ .

U nastavku ćemo proučiti specijalne matrice pridružene nekom grafu.

### 1.3 Matrice pridružene grafu

Svakom grafu možemo pridružiti matricu susjedstva i matricu udaljenosti. U nastavku ćemo definirati te matrice i spomenuti neka njihova svojstva.

**Definicija 9.** *Neka je  $G$  proizvoljan graf sa skupom vrhova  $V(G) = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ . Matrica susjedstva  $A(G)$  grafa  $G$  je kvadratna  $n \times n$  matrica s elementima  $a_{ij}$ ,  $i, j = 1, 2, \dots, n$ , pri čemu je  $a_{ij}$  broj bridova koji spajaju vrhove  $v_i$  i  $v_j$ .*

Iz definicije uočavamo da je matrica susjedstva  $A(G)$  grafa  $G$  simetrična matrica, tj.  $a_{ij} = a_{ji}$ . Nadalje, svi elementi takve matrice su nenegativni cijeli brojevi.

Kako se bavimo jednostavnim grafovima, imamo dvije mogućnosti: ako vrhovi  $v_i$  i  $v_j$  nisu spojeni bridom, onda je  $a_{ij} = a_{ji} = 0$ , u suprotnom  $a_{ij} = a_{ji} = 1$ . Sljedeći teorem povezuje broj šetnji duljine  $k$  s potencijom matrice susjedstva.

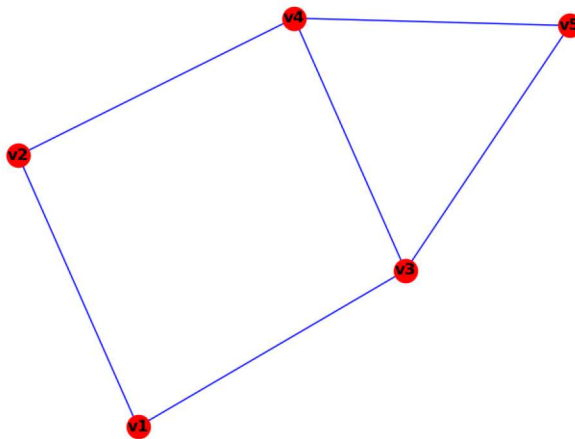
**Teorem 1.** *Neka je  $A(G) = [a_{ij}]$  matrica susjedstva grafa  $G$  sa skupom vrhova  $V(G) = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ . Tada je  $(i, j)$ -ti član  $k$ -te potencije  $A^k$  jednak broju  $(v_i, v_j)$ -šetnji duljine  $k$ . Broj svih šetnji u grafu  $G$  duljine  $k$  jednak je sumi svih članova od  $A^k$ .*

**Definicija 10.** *Neka je  $G$  povezan graf sa skupom vrhova  $V(G) = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ . Matrica udaljenosti  $D(G)$  grafa  $G$  je kvadratna  $n \times n$  matrica s elementima  $d(v_i, v_j)$  za  $i, j = 1, 2, \dots, n$ .*

Matrica udaljenosti je nenegativna simetrična matrica kojoj su svi elementi na glavnoj dijagonali jednaki nuli.

Svojstvo simetričnosti obiju matrica bit će od velike pomoći u programskom kodu. Trebamo predati programu gornjetrokutastu matricu, u kojoj se nalaze udaljenosti svaka dva vrha grafa  $G$ , te jednostavnom funkcijom preslikamo isto na donji trokut matrice.

**Primjer 1.** *Pridružimo matricu susjedstva i matricu udaljenosti grafu sa slike 5.*



Slika 5:

$$A(G) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad D(G) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 2 & 2 \\ 1 & 0 & 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 0 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 2 & 2 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

Suma elemenata u pojedinom retku matrice  $A$  odgovara stupnju vrha koji je pridružen tom retku. Tako je u našem primjeru zbroj jedinica u prvom retku jednak dva, a to je upravo i stupanj vrha  $v_1$ . Pogledajmo sada udaljenost vrhova  $v_1$  i  $v_5$ . Da bismo od vrha  $v_1$  došli do vrha  $v_5$  najkraćim putom, moramo proći vrhom  $v_3$  i pritom posjetiti dva brida. Udaljenost ovih vrhova je dva. Pogledajmo u matrici  $D$  pozicije  $D[1, 5]$  ili  $D[5, 1]$ . Budući da je matrica simetrična, na obje pozicije se nalazi broj 2.

## 2 Terorističke mreže

U uvodu smo istaknuli razloge proučavanja terorističkih mreža i neke osnovne probleme na koje nailazimo pri njihovoj analizi. Prije nego primjenimo mjere centralnosti na mrežu 9/11, dokaćemo se strukture terorističkih organizacija. Prvo ćemo napraviti usporedbu terorističke organizacije i korporacije, zatim ćemo se baviti vrstama terorističkih skupina, a nakon toga ćemo se dotaknuti terorističkog napada na Bali i terorističkog napada odvijenog na tlu Sjedinjenih Američkih Država.

### 2.1 Analiza terorističke organizacije

Terorističke organizacije su vrlo složene i zato ih je teško detaljno analizirati. Osnovne probleme analize spomenuli smo u uvodu. Sjetimo se da su to nepotpuni podaci, dinamičnost mreže te nejasne granice. U počecima su terorističke mreže bile hijerarhijskog oblika, što se u literaturi može pronaći pod nazivom "stari" terorizam. Napretkom i modernizacijom društva dolazi do promjena u ovakvim organizacijama. Zato se danas najčešće govori o "novom" terorizmu koji ima sljedeća obilježja:

- decentralizacija vodstva
- djelovanjem i organizacijski globalan
- ambiciozniji ciljevi: uništavanje cjelokupnog socijalnog sustava napadnute države te narušavanje međunarodnih odnosa
- veća stopa smrtnosti
- modernija oružja
- moderni načini komunikacije.

Teroristička organizacija, kao i svaka druga organizacija, ima dogovorena pravila, određenu hijerarhiju, dogovoren način komuniciranja i slično. Strukturne dimenzije koje susrećemo su: komuniciranje, koordiniranje, motivacijski mehanizmi, personalizacija, programiranje i mnogi drugi. Teroristička organizacija uvelike asocira na neku korporativnu organizaciju. Definirana je struktura, ali i procesi za donošenje kolektivnih odluka, svatko ima svoju ulogu i svoj zadatak, poštuju se nadležni koji su zaduženi za određeni zadatak, definirani su kolektivni cijevi koji se i izvršavaju kolektivno. Zanimljivost kod ovakvih organizacija je što mogu brzo



nastati, efikasno djelovati i jednako tako nestati. Zato su kompleksni za proučavanje i detaljniju analizu.

### 2.1.1 Podjela terorističkih skupina

Terorističkim skupinama nije lako pronaći sličnost, budući da je svaka sastavljena od različitih pojedinaca i s drugačijim ciljem. Prema strukturi, postoji gruba podjela u sljedeće četiri skupine: konvencionalno-hijerarhijska, ćelijska, mrežna i otpor bez vodstva.

- **Konvencionalno-hijerarhijska struktura** je struktura s najvećom učinkovitosti, najdetaljnijim dogovorima i najlakšom komunikacijom između pojedinaca. U današnje vrijeme praćenja medija, snimanja telefonskih zapisa, cjelokupne digitalizacije, ovakve strukture se relativno jednostavno otkriju. Također, onesposobljavanjem jedne osobe (vođe) ili nekoliko njih (vodstveni tim) može doći do raspada cijele mreže te do nemogućnosti napada.
- **Ćelijska struktura** se sastoji od nekoliko manjih timova (3 - 10 osoba), koji se unutar veće organizacije nazivaju "ćelije". Svaka ćelija ima vođu koji razgovara s vrhovnim vođom. Također, jedna ćelija ne zna što se događa u drugoj ćeliji. Ovakva struktura ima nedostatak u komunikaciji pa bi se identifikacijom 2 ili 3 vođe mreža raspala.
- **Mrežna struktura** sastoji se od brojnih ćelija povezanih na različite načine (prisjetimo se gore navedenih primjera iz teorije grafova). Oblici mogu biti lančani (put), zvjezdasti (zvijezda), tzv. svekanalna mreža (potpun graf) te kombinacije navedenog. Takve strukture prolaze iz decentralizacije vodstva i time onemogućuju narušavanje mreže identifikacijom dvije ili tri osobe. Ovakvom strukturom ćemo se baviti u nastavku rada.
- **Otpor bez vodstva** je najsigurnija i najneučinkovitija struktura. Ovakve strukture zapravo nemaju definiranu strukturu pa protuterorističke organizacije imaju problema za pronalaženjem poveznica unutar same organizacije. Iz istoga razloga nestrukturiranosti, ovakve organizacije nemaju niti veliku učinkovitost.

Uspoređujući hijerarhijske i mrežne strukture možemo zaključiti da su mrežne strukture puno fleksibilnije, prilagodljivije, obilnije i stabilnije u vrijeme napada, ali

i u vrijeme krize. Podjela u samo ove dvije skupine nije moguća jer kombinacijom hijerarhijskog i mrežnog pristupa dolazi do hibridnih oblika koji pokušavaju iskoristiti najbolje iz obje strukture. U nastavku ćemo se dotaknuti terorističkog napada na Bali i napad 9/11 te ćemo malo zornije prikazati navedene pojmove.

## 2.2 Teroristički napad na Bali

Radi lakšeg razumijevanja organizacije, usredotočit ćemo se na primjer terorističkog napada na Bali. Dotaknut ćemo se činjenica o samom događaju te ćemo zatim proučiti mrežu i strukturu napada.

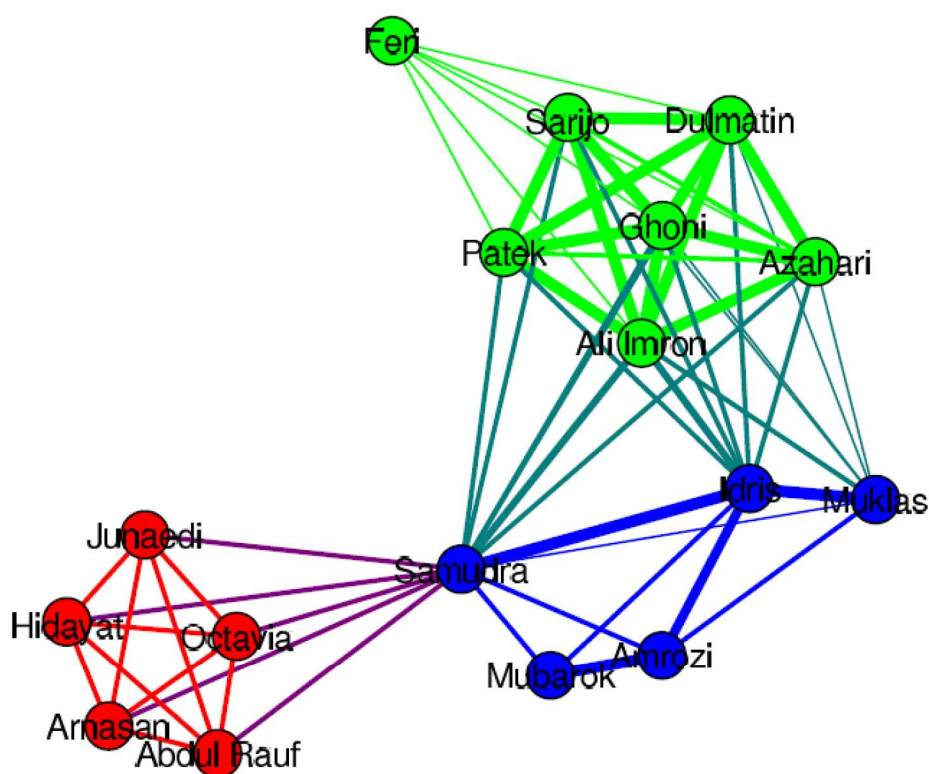
### 2.2.1 Podaci o napadu

Dana 12. listopada 2002. godine na Indonezijskom otoku Bali došlo je do terorističkog napada. U dvije koordinirane eksplozije poginulo je oko 200 ljudi i još toliko ih je bilo ozljeđeno. Suicidni terorist je ušetao u kafić Paddy te aktivirao bombu. Nakon što su ljudi izašli na ulice, dočekala ih je još jedna bomba u parkiranoj automobilu. Rezultat ovog pothvata bila je smrt 202 osobe. Treća bomba je eksplodirala ispred američkog veleposlanstva. Organizacija Jemaah Islamiya, grupa povezana s Al-Qaidom, bila je zadužena za izvedeni napad. Iako spominjemo dvije eksplozije, pozadina ovakvog događaja je puno opširnija.

### 2.2.2 Mreža napada

Za napad na Bali bila su zadužena tri tima, prvi tim je izradio eksplozivnu napravu, drugi tim je bio koordinacijski tim, dok je treći tim bio oblik "tehničke podrške". Tim za izradu eksploziva je bio sastavljen od sljedećih osoba: Patek, Imron, Azahari, Dulmatin, Ghoni, Sarijo i Feri. Tim podrške su bili: Octavia, Junaedi, Hidayat, Rauf i Arnasan. Ostale osobe su: Samudra, Idris, Muklas, Amrozi i Mubarok. Pogledajmo grafički prikaz ovog napada na slici 6.

Uočavamo strukturu mreže unutar timova, na slici su označeni plavom, crvenom i zelenom bojom. Ovo je mreža sastavljena od 3 ćelije, koje su međusobno povezane preko nekoliko odabranih ljudi. Uočavamo dobru povezanost koordinacijskog tima i osoba zaduženih za izradu eksploziva. Crveni tim spojem je s ostalim dijelom mreže samo preko jedne osobe, Samudre. Lokacijom Samudre i njegovim onesposobljavanjem, izolirali bismo crveni tim i podijelili mrežu na dva dijela koja više neće moći



Slika 6: Mreža napada na Bali, slika je preuzeta iz [5].

međusobno komunicirati. S druge strane, preostala dva tima su sasvim dovoljna za nastavak napada.

Ovakva struktura, prema prije navedenoj podjeli, jest mrežna struktura. Imamo zasebne ćelije i pojedince koji međusobno komuniciraju. Vizualno se ističe jedna osoba koja bi bila glavna, ali svatko ima svoju ulogu u organizaciji pa nije baš lako narušiti ovaj organizacijski sustav. Spomenuli smo, kod mrežne organizacije, puteve, zvijezde i potpune grafove (lančana mreža, zvjezdasta mreža i svekanalna mreža).

Lančana mreža se može najbolje predočiti pomoću krijumčarenja nedozvoljenog materijala. Osoba koja prodaje materijal, mora taj materijal poslati osobi 2, osobi 3, osobi 4 itd. dok materijal ne stigne u ruke kupca. Postoji niz osoba od početne do krajnje točke i sve osobe moraju imati materijal u svome posjedovanju tijekom nekog vremena. Ovakva mreža se relativno lako prekida, samo trebamo naći jednu od tih osoba i onesposobiti ju. Mreža se raspada i prijenos materijala se zaustavlja.

Kod zvjezdane mreže postoji jedna glavna osoba preko koje se odvijaju svi pro-

cesi. Pojedinaac je u komunikaciji s još nekoliko osoba, ali te osobe nisu međusobno povezane. Lociranjem tog pojedinca mreža se odmah raspada, a ostale osobe više ne mogu stupiti u kontakt jedna s drugom.

Svekanalna mreža se sastoji od nekoliko potpunih grafova povezanih u cjelinu. Primjer ove mreže je slika 7. Svaka ćelija ima svoj zadatak, dovoljno su povezane da se ne mogu lako raspasti, imaju nekoliko vođa i najteže se onesposobljavaju.

## 2.3 Teroristički napad 9/11

Sada ćemo se usredotočiti na napad 9/11, koji je ujedno i glavna tema ovog rada. Opisat ćemo tijek napada i dotaknuti se mreže pilota. U sljedećem, trećem poglavlju, analizirat ćemo cijelu mrežu i izračunati centralnosti pojedinih vrhova.

### 2.3.1 Odvijanje napada

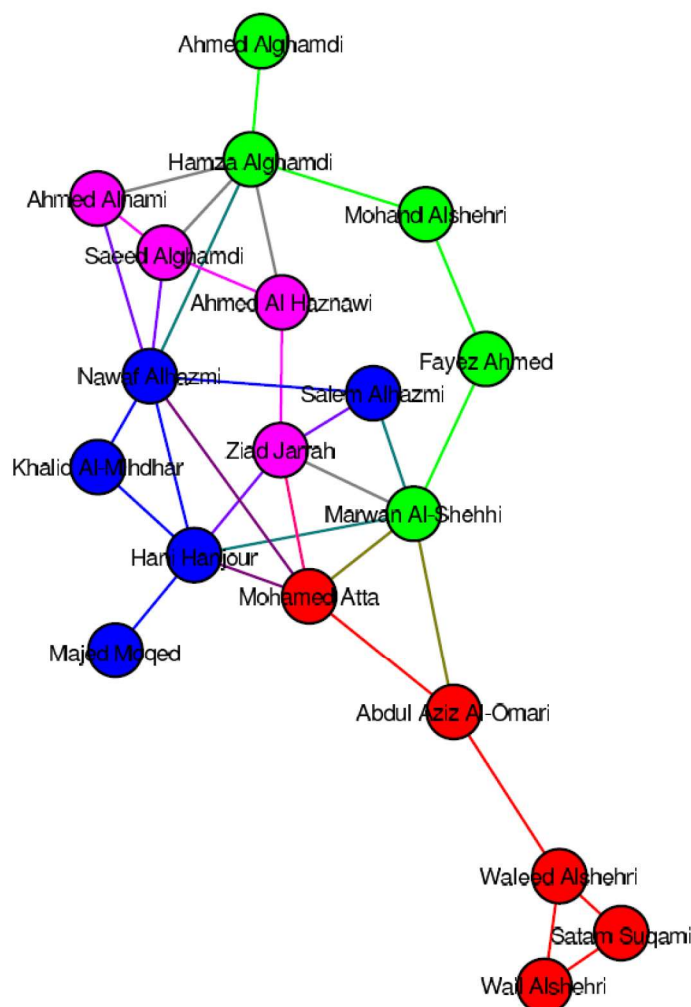
U jutro, jedanaestog listopada 2001. godine islamski aktivista organizacije al-Qaeda izvršio je teroristički napad na tlu SAD-a. Spomenuti napad se opisuje kao američki najgori teroristički napad. Poginulo je približno 3 000 ljudi. Teroristički napad se odvijao tako da su teroristi otuđili 4 putnička zrakoplova, dva zrakoplova su otuđena s ciljem rušenja Svjetkog trgovačkog centra na Manhattanu, jedan za uništavanje Pentagona te jedan za rušenje Bijele kuće. Tri putnička zrakoplova su se srušila u navedene terorističke mete, dok je jedan, koji je letio prema Bijeloj kući, pao prije dolaska do cilja.

### 2.3.2 Mreža pilota

Za krađu 4 zrakoplova bilo je zaduženo devetnaest ljudi. Mreža pilota je preuzeta iz literature [5] te je prikazana na slici 7.

Graf je obojen s četiri različite boje. Svaka boja označava skupinu koja je bila zadužena za otmicu pojedinog zrakoplova. Iz ovakvog prikaza je odmah vidljiva decentralizacija. Niti jedan vrh se ne ističe kao vrh koji ima velik broj susjeda. Također, lako uočljivi crveni vrh "Abdul", jedina je poveznica s ostalim crvenim vrhovima, te njegovo uklanjanje dovodi do nepovezanosti (raspada) mreže. Uklanjanjem Abdula i dalje imamo funkcionalnu mrežu od 15 osoba pa njegovo onesposobljavanje nije previše učinkovito.

Ovdje svaku boju možemo promatrati kao zasebnu ćeliju sa svojim zadatkom, svaka ćelija je imala u cilju preuzeti zadani zrakoplov, o čemu ćemo malo više reći



Slika 7: Mreža pilota u napadu 9/11, slika preuzeta iz literature [5].

u sljedećem poglavlju.

Spomenuli smo ćelijsku strukturu i mrežnu strukturu. Ovo je primjer mreže koja je kombinacija dvije spomenute. Možemo uočiti dobro povezanu četvorku: Hani, Mohamed, Ziad i Marwan. Njih možemo uzeti kao predstavnike, ako smo bazirani na ćelijsku strukturu. S druge strane, same ćelije su na više načina i s više vrhova povezane s pripadnicima drugih ćelija pa imamo klasičnu mrežnu strukturu (ako zanemarimo crvenu ćeliju).

Veze između vrhova ove mreže bilo je teško ustanoviti jer nije poznato jesu li pojedinci komunicirali na bazi prijateljstva ili radi poslovnih planova. Devetnaest

terorista zaduženih za preuzimanje zrakoplova završili su školu terorizma u Afganistanu. Neki od njih su bili prijatelji iz školskih klupa, neki su bili cimeri, a dio njih je povezan krvnim srodstvom. Veliko povjerenje među članovima organizacije nije odmah vidljivo, ali je držalo mrežu na okupu.

U sljedećem poglavlju ćemo detaljnije proučiti mrežu 9/11. Cijela organizacijska skupina je ipak bila puno kompleksnija i veća od samo devetnaest terorista.

### 3 Mreža 9/11

Sada ćemo se pobliže upoznati sa svim osobama zaduženih za odvijeni napad. U prethodnom poglavlju smo se bazirali na samo 19 osoba. Ovdje ćemo promatrati ukupno 62 osobe.

Paralelno ćemo objasniti mjere centralnosti i njihovu primjenu na cjelokupnu analizu mreže 9/11. U tablici 1 se nalazi popis imena terorista zaduženih za otuđivanje 4 zrakoplova. Graf pilota smo vidjeli i analizirali u prethodnom poglavlju.

American Airlines 11	United Airlines 175
Mohamed Atta	Marwan al-Shehhi
Waleed M. Alshehri	Fayze Ahmed
Wail Alshahri	Ahmed Alqhamdi
Satam al-Suqami	Hamza Alghamdi
Abdulaziz Alomari*	Mohald Alshehri
American Airlines 77	United Airlines 93
Khalid al-Midhar	Ziad Jarrah
Majed Moqeed*	Ahmed Alhaznawi
Salem Alhamzi*	Ahmed Alnami
Nawaf Alhamzi	Seed Alghamidi*
Hani Hanjour	

Tablica 1: Popis zrakoplova i imena terorista koji su bili zaduženi za njihovo otuđivanje.

Slika 8 prikazuje cjelokupnu mrežu napada, a preuzeta je iz [4].

Imena terorista koji su sudjelovali u napadu, a nisu bili među otmičarima zrakoplova, spomenut ćemo naknadno. Također ćemo kod svake mjere centralnosti uputiti čitatelja na python kodove koji se nalaze u priložima. Rezultati za pojedinu centralnost će biti priloženi uz sam tekst, iza objašnjenja pojedine mjere centralnosti.

#### 3.1 Mjere centralnosti

Proučavat ćemo sljedeće mjere centralnosti: stupanj vrha, svojstvenu centralnost, Katzovu centralnost, međupoloženost te koeficijent grupiranja. No, pogledajmo najprije odnose među vrhovima mreže 9/11. Ekscentricitet vrhova se kreće



Slika 8: Mreža napada 9/11.

od 3 do 5 pa je dijаметar grafa jednak 5, a radijus je 3. Centralni vrhovi su: Mohamed Atta, Zacarias Moussaoui, Ramzi Bin Alshibh i Imad E. B. Yarkas. Imamo



27 perifernih vrhova pa njih nećemo posebno nabrajati.

### 3.1.1 Stupanj vrha

Stupanj vrha je najjednostavnija mjera centralnosti i prilično je intuitivna. Stupanj vrha je jednak broju bridova s kojima je taj vrh incidentan. Prema ovoj mjeri centralnosti, najvažniji vrh u mreži je onaj koji ima najviše susjeda. Stupanj vrha računamo tako da matricu susjedstva množimo s vektorom jedinica, tj.  $d_i = (A \cdot \mathbf{1})$ , gdje je  $\mathbf{1} = (1, 1, \dots, 1)^T$ .

vrh (ime terorista)	stupanj vrha
Mohamed Atta	22
Marwan Al-Shehhi	18
Hani Hanjour	13
Essid S. B. Khemais	11
Nawaf Alhazmi	11
Ramzi Bin Al-Shibh	10
Ziad Jarrah	10
Abdoul A. Al-Omari*	9
Djamal Beghal	8
Zacarias Moussaoui	8
Satam Suqami	8
Salem Alhazmi*	8
Said Bahaji	7
Fayez Ahmed	8
Hamza Alghamdi	7
Tarek Maaroufi	6
Wail Alshehri	6
Waleed Alshehri	6
Khalid Al-Mihdhar	6
Saeed Alghamdi	6
Abu Quata	5
Mounir El Motassadeq	5
Zakariya Essabar	5
Ahmed Alghamdi	5
Lofti Raissi	5
Kamel Daoudi	4
Jerome Courtaillier	4

Tablica 2: Stupnjevi vrhova mreže 9/11

vrh (ime terorista)	stupanj vrha
Mohamed Bensakhria	4
Imad E. B. Yarks	4
Agus Budiman	4
Mustafa A. Al-Hisaw	4
Mamoun Darkanzanli	4
Ahmed Al Haznawi	4
Majed Moqed	4
Rayed M. Abdullah	4
Nabil Al-Marabh	4
Abu Walid	3
Haydar Abu Doha	3
Mehdi Khammoun	3
Osama Awadallah	3
Abdussattar Saikh	3
Ahmed Alnami	3
Raed Hijaz	3
David Courtaillier	2
Ahmed Ressam	2
Essoussi Laaroussi	2
Seifallah Ben Hassine	2
Lased Ben Heni	2
Mohammed Belfas	2
Mohand Alshehri*	2
Bandar Alhazmi	2
Faisal Al Salmi	2
Abu Zubeida	1
Jean-Marc Grandvisir	1
Nizar Trabelsi	1
Fahid Al Shakri	1
Madjid Sahoune	1
Samir Kishk	1
Abdelghani Mzoudi	1
Ahmed K. I. S. Al-Ani	1
Mahduh M. Salim	1
Mohamed Abdi	1
suma	306

Tablica 3: Stupnjevi vrhova mreže 9/11

Python kod za ovu centralnost naveden je u prilogu 1. Programu su predani svi bridove mreže, budući da su oni osnova za računanje svih mjera centralnosti. Pomoću bridova možemo definirati matricu susjedstva, koja je, pak osnova za računanje mjera centralnosti. Prilog 2 sadrži tablicu prema kojoj su unošeni bridovi u program. Prilog 3 sadrži naredbu kojom se dobivaju stupnjevi svakog vrha. Pogledajmo sada koji su vrhovi obzirom na stupanj vrha najvažniji u mreži 9/11.

Uočavamo vodstvo Mohameda Atte nakon kojega slijede Marwan Al-Shehi i Hani Hanjour. Ova trojica su spomenuta i ranije, i to među osobama zaduženim za krađu zrakoplova. Usporedbom s tablicom 1 dolazimo do zaključka kako osobe koje su bile zadužene za otuđenje zrakoplova i koje su bile piloti, imaju najveće stupnjeve vrhova. To znači da su najviše komunicirale s ostatkom mreže pa ima smisla ustanoviti da su bile najvažnije za izvršavanje napada.

Radi boljeg razumijevanja, napomenimo kako je najveći mogući stupanj vrha ove mreže 61. Imamo 62 vrha, jedan vrh može biti spojen bridom s najviše 61 vrhom (prisjetimo se kako izgleda zvijezda). Također, kada bi svi vrhovi bili međusobno spojeni bridom, imali bismo  $\frac{62 \cdot 61}{2}$  bridova (prisjetimo se potpunog grafa). Radi usporedbe, naša mreža ima 306 bridova. Uočavamo potpune podgrafove (Fayez Ahmed, Wail Alshehri, Waleed Alshehri, Satam Suqami, Abdul A. Al-Omari) te neke zvijezde u podgrafu (Abu Zubeida, Jean-Marc Grandvisir, Nizar Trabelsi, Djamal Beghal, Abu Walid).

### 3.1.2 Svojstvena centralnost

Promatrajući skupinu ljudi i utjecaj jedne osobe na društvo, dolazimo do zaključka kako nije uvijek dovoljno imati samo puno prijatelja, nego nam je važno da i neki od naših prijatelja imaju velik broj prijatelja. Kada bismo imali osobu koja se druži samo s nama, mi ne bismo bili utjecajni u društvu, tj. ako nam je društveni život u formaciji "zvijezde", izolirana smo cjelina, osoba u sredini zvijezde je jedina glavna i utječe na sve. Društvo je ipak malo složenije strukture. Za primjer uzmimo sebe. Recimo da želimo doći u kontakt s vlasnikom neke tvrtke (ne poznamo osobu direktno). Možemo postupiti ovako: pitat ćemo prvog prijatelja zna li nekoga tko zna vlasnika, zatim će taj prijatelj pitati prijatelja zna li vlasnika itd. dok ne stupimo u kontakt s vlasikom. Na temelju naše direktne povezanosti s nekim ljudima i važnosti povezanosti naših susjeda s ostalim vrhovima društvene mreže, dolazimo do drugačije interpretacije najutjecajnijih vrhova u mreži.

Mjerit ćemo centralnost  $x_i$  vrha  $i$  tako da bude proporcionalna sumi centralnosti

susjeda od  $i$ . Ako s  $\lambda_1$  označimo najveću svojstvenu vrijednost matrice susjedstva  $A$  promatrane mreže, dobivamo

$$x_i = \lambda_1^{-1} \sum_j A_{ij} x_j.$$

Dakle, centralnost vrha  $i$  jednaka je  $i$ -toj komponenti svojstvenog vektora pridruženog najvećoj svojstvenoj vrijednosti matrice  $A$ . Ovim izrazom možemo računati svojstvene centralnosti svakog vrha u mreži.

vrh (ime terorista)	svojstvena centralnost
Mohamed Atta	0.411
Marwan Al-Shehhi	0.398
Ziad Jarrah	0.259
Hani Hanjour	0.248
Abdoul A. Al-Omari*	0.237
Ramzi Bin Al-Shibh	0.223
Said Bahaji	0.202
Fayez Ahmed	0.201
Satam Suqami	0.191
Wail Alshehri	0.183
Salem Alhazmi*	0.177
Mounir El Motassadeq	0.172
Zakariya Essabar	0.172
Lofti Raissi	0.158
Waleed Alshehri	0.155
Nawaf Alhazmi	0.144
Mustafa A. Al-Hisaw	0.134
Agus Budiman	0.123
Mamoun Darkanzanli	0.118
Hamza Alghamdi	0.098
Ahmed Alghamdi	0.093
Ahmed Al Haznawi	0.093
Khalid Al-Mihdhar	0.081
Zacarias Moussaoui	0.08
Imad E. B. Yarks	0.078
Majed Moqed	0.075
Essid S. B. Khemais	0.059
Rayed M. Abdullah	0.055

Tablica 4: Svojstvene centralnosti vrhova mreže 9/11

vrh (ime terorista)	svojstvena centralnost
Saeed Alghamdi	0.051
Abdelghani Mzoudi	0.047
Ahmed K. I. S. Al-Ani	0.047
Nabil Al-Marabh	0.042
Mohammed Belfas	0.040
Bandar Alhazmi	0.035
Faisal Al Salmi	0.035
Ahmed Alnami	0.034
Raed Hijaz	0.034
Mohand Alshehri*	0.034
Osama Awadallah	0.029
Abdussattar Saikh	0.029
Abu Quata	0.024
Tarek Maaroufi	0.022
Djamal Beghal	0.017
Mohamed Abdi	0.017
Kamel Daoudi	0.014
Jerome Courtaillier	0.014
Mahduh M. Salim	0.014
Mohamed Bensakhria	0.011
David Courtaillier	0.011
Ahmed Ressam	0.011
Haydar Abu Doha	0.009
Mehdi Khammoun	0.009
Essoussi Laaroussi	0.009
Seifallah Ben Hassine	0.009
Lased Ben Heni	0.008
Fahid Al Shakri	0.007
Madjid Sahoune	0.007
Samir Kishk	0.007
Abu Walid	0.006
Abu Zubeida	0.002
Jean-Marc Grandvisir	0.002
Nizar Trabelsi	0.002

Tablica 5: Svojstvene centralnosti vrhova mreže 9/11

Za računanje svojstvene vrijednosti matrice  $A$  potrebno je znanje linearne algebre. Svojstvena vrijednost kvadratne matrice  $A$  se dobiva pomoću jednadžbe

$Ax = \lambda x$ , gdje je  $x$  vektor različit od nule. U našem slučaju, matrica  $A$  je reda 62 pa ćemo morati računati 62 ne nužno različitih svojstvenih vrijednosti. Svojstvene vrijednosti označavamo s  $\lambda_i$  za  $i = 1, \dots, 62$ , gdje  $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_n$ . Budući da dijelimo s najvećom svojstvenom vrijednosti,  $\lambda_1$ , dobivene vrijednosti će se nalaziti u intervalu  $[0, 1]$ . Rezultati se nalaze u prilogu 4.

U mreži 9/11 vodstvo imaju Mohamed Atta, Marwan Al-Shehhi, Ziad Jarrah i Hani Hanjour s vrijednostima svojstvenih centralnosti redom: 0.411, 0.398, 0.259 i 0.248. Onu su bili u vodstvu i kod prethodne centralnosti.

Osobe s najnižim vrijednostima su Abu Zubeida, Jean-Marc Grandvisir, Nizar Trabelsi. Navedeni vrhovi su u mreži rubno pozicionirani i imaju samo jednog susjeda, tako da je ovaj rezultat očekivan.

### 3.1.3 Katzova centralnost

Katzova centralnost je varijacija svojstvene centralnosti. Preciznije, ona je poboljšanje svojstvene centralnosti. Jedan od načina definiranja Katzove centralnosti je da svojstvenoj centralnosti vrha  $i$  pridonosi i neka pozitivna konstanta bez obzira na njegov položaj u mreži. U tu svrhu definiramo  $x_i = \alpha \sum_j A_{ij}x_j + \beta$ , pri čemu su  $\alpha$  i  $\beta$  pozitivne konstante.

Drugi način definiranja Katzove centralnosti, a koji će biti korišten u ovom radu, jest da se konstanta  $\beta$  definira posebno za svaki vrh. Time dobivamo poopćenu mjeru centralnosti

$$x_i = \alpha \sum_j A_{ij}x_j + \beta_i.$$

Vrijednost  $\beta_i$  predstavlja neki unutarnji doprinos centralnosti vrha  $i$ , tj. onaj doprinos koji ne ovisi o strukturi mreže.

Takvi doprinosi su, na primjer, starosne godine osobe u mreži. Vektor centralnosti  $x$  neke mreže možemo zapisati kao

$$x = (I - \alpha A)^{-1}\beta,$$

gdje je  $\beta$  vektor s komponentama  $\beta_i$ .

Izbor komponenti vektora  $\beta$  prepustili smo programu Python (prilog 5). U naredbi za računanje Katzove centralnosti,  $\alpha$  se postavlja na vrijednost manju od  $\frac{1}{\lambda_1}$ , gdje je  $\lambda_1$  najveća svojstvena vrijednost od  $A$ .

Rezultati su brojevi iz intervala  $[0, 1]$ , što je i očekivano s obzirom da Katzova centralnost generalizira svojstvenu. U tablicama 6 i 7 su imena terorista uz odgova-

vrh (ime terorista)	Katzova centralnost
Mohamed Atta	0.38
Marwan Al-Shehhi	0.356
Hani Hanjour	0.242
Ziad Jarrah	0.238
Abdoul A. Al-Omari*	0.22
Ramzi Bin Al-Shibh	0.212
Fayez Ahmed	0.189
Said Bahaji	0.187
Said Bahaji	0.187
Satam Suqami	0.183
Salem Alhazmi*	0.177
Wail Alshehri	0.172
Nawaf Alhazmi	0.165
Zakariya Essabar	0.161
Mounir El Motassadeq	0.161
Lofti Raissi	0.153
Waleed Alshehri	0.149
Mustafa A. Al-Hisaw	0.132
Agus Budiman	0.125
Mamoun Darkanzanli	0.12
Hamza Alghamdi	0.117
Zacarias Moussaoui	0.115
Essid S. B. Khemais	0.108
Ahmed Alghamdi	0.108
Ahmed Al Haznawi	0.104
Khalid Al-Mihdhar	0.1
Imad E. B. Yarks	0.096
Majed Moqed	0.093
Saeed Alghamdi	0.082
Rayed M. Abdullah	0.075
Nabil Al-Marabh	0.067
Djamal Beghal	0.066
Tarek Maaroufi	0.064

Tablica 6: Katzove centralnosti vrhova mreže 9/11.

rajuće Katzove vrijednosti. Uočavamo istu četvoricu s najvećim vrijednostima kao i u primjeni svojstvene centralnosti.

Katzova centralnost proizlazi is svojstvene centralnosti pa je logično da rezultati

vrh (ime terorista)	Katzova centralnost
Ahmed K. I. S. Al-Ani	0.062
Abdelghani Mzoudi	0.062
Abu Quata	0.062
Ahmed Alnami	0.061
Mohammed Belfas	0.058
Abdussattar Saikh	0.057
Osama Awadallah	0.057
Raed Hijaz	0.057
Bandar Alhazmi	0.056
Faisal Al Salmi	0.056
Mohand Alshehri*	0.055
Kamel Daoudi	0.052
Jerome Courtaillier	0.052
Mehdi Khammoun	0.044
Haydar Abu Doha	0.044
Abu Walid	0.042
Mohamed Abdi	0.041
Seifallah Ben Hassine	0.041
Essoussi Laaroussi	0.041
David Courtaillier	0.041
Ahmed Ressam	0.4
Lased Ben Heni	0.04
Mahduh Mahmud Salim	0.036
Samir Kishk	0.035
Madjid Sahoune	0.035
Fahid Al Shakri	0.035
Abu Zubeida	0.031
Jean-Marc Grandvisir	0.031
Nizar Trabelsi	0.031
Mohamed Bensakhria	0.05

Tablica 7: Katzova centralnost

ne odstupaju previše jedan od drugoga. Ako je svojstvena centralnost visoka, bit će i Katzova.

### 3.1.4 Međupoloženost

Za društvenu mrežu je bitan protok informacija. Pretpostavimo da raspoložemo s određenom informacijom koju želimo proslijediti ostalima. Na koji način ćemo to



napraviti ako želimo najbrži mogući protok te informacije u mreži? Odgovor leži u traženju najkraćeg puta u grafu. Želimo informaciju prenijeti nekoj osobi na način da u prijenosu sudjeluje najmanji broj posrednika. Međupoloženost je centralnost vrha koja se temelji na ovakvom protoku informacija. Računamo koji će vrh biti najčešće „upotrijebljen“ prilikom nasumičnih protoka informacija.

vrh (ime terorista)	međupoloženost
Mohamed Atta	1077.689
Essid S. B. Khemais	460.973
Zacarias Moussaoui	425.283
Nawaf Alhazmi	296.198
Hani Hanjour	229.736
Djamal Beghal	192.433
Marwan Al-Shehhi	162.35
Ramzi Bin Al-Shibh	89.555
Abu Quata	78.383
Satam Suqami	77.33
Tarek Maaroufi	61.5
Mamoun Darkanzanli	60.0
Imad E. B. Yarks	53.443
Fayez Ahmed	47.075
Abdoul A. Al-Omari*	43.448
Hamza Alghamdi	42.822
Ziad Jarrah	30.302
Ahmed Al Haznawi	29.535
Saeed Alghamdi	23.758
Salem Alhazmi*	22.286
Lofti Raissi	21.766
Agus Budiman	18.957
Ahmed Ressam	13.083
Haydar Abu Doha	12.5
Kamel Daoudi	11.567
Khalid Al-Mihdhar	10.133
Ahmed Alghamdi	9.557
Mohamed Bensakhria	6.5
Wail Alshehri	4.461
Mustafa A. Al-Hisaw	4.461
Nabil Al-Marabh	3.936

Tablica 8: Međupoloženosti vrhova mreže 9/11.

vrh (ime terorista)	međupoloženost
Said Bahaji	3.267
Jerome Courtaillier	2.9
David Courtaillier	2.9
Abu Walid	1.617
Rayed M. Abdullah	1.5
Raed Hijaz	1.367
Waleed Alshehri	1.325
Mohand Alshehri*	1.0
Mehdi Khammoun	1.0
Osama Awadallah	0.0
Abdussattar Saikh	0.0
Ahmed Alnami	0.0
Essoussi Laaroussi	0.0
Seifallah Ben Hassine	0.0
Lased Ben Heni	0.0
Mohammed Belfas	0.0
Mounir El Motassadeq	0.0
Zakariya Essabar	0.0
Majed Moqed	0.0
Bandar Alhazmi	0.0
Faisal Al Salmi	0.0
Abu Zubeida	0.0
Jean-Marc Grandvisir	0.0
Nizar Trabelsi	0.0
Fahid Al Shakri	0.0
Madjid Sahoune	0.0
Samir Kishk	0.0
Abdelghani Mzoudi	0.0
Ahmed K. I. S. Al-Ani	0.0
Mahduh M. Salim	0.0
Mohamed Abdi	0.0

Tablica 9: Međupoloženost vrhova mreže 9/11

Za ovu centralnost promatramo omjer najkraćih putova od  $s$  do  $t$  koji prolaze kroz traženi vrh  $i$ ,  $n_{st}^i$ , i ukupnog broja najkraćih putova od  $s$  do  $t$ ,  $g_{st}$ . Centralnost međupoloženosti vrha  $i$  definiramo na sljedeći način:

$$BC(i) = \sum_{s,t} \frac{n_{st}^i}{g_{st}}$$

Naziv centralnosti  $BC$  dolazi od engleskog naziva "betweenness centrality". Rezultati međupoloženosti vrhova u 9/11 navedeni su u tablicama 8 i 9 (vidi prilog 6).

Spomenuli smo da je dijametar mreže 9/11 jednak 5. Najkraći put nije nužno jedinstven. U našoj mreži, za prolaz informacije koju Abu Zubeida šalje Zakariya Essabaru, ima više najkraćih puteva. Jedan je Abu Zubeida - Djamal Beghal-Zacarias Moussaoui- Ramzi Bin Al-Shibh - Zakariya Essabar; drugi je Abu Zubeida - Djamal Beghal- Zacarias Moussaoui- Mohamed Atta - Zakariya Essabar. Rezultati pokazuju vodstvo Mohameda Atte, Essida S. B. Khemaisa, Zacariasa Moussaouia i Nawafa Alhazmia. Ove osobe su bile istaknute i u prethodnim mjerama centralnosti. Najmanja vrijednost međupoloženosti je nula. Primjerice, u potpunog grafu svaki vrh ima međupoloženost jednaku nuli. Za zvijezdu s 62 vrhova, središnji vrh bi imao međupoloženost 1891 a ostali 0.

### 3.1.5 Koeficijent grupiranja

Koeficijent grupiranja  $C_i$  nekog vrha  $i$  definira se kao vjerojatnost da su susjedi promatranog vrha spojeni bridom. Računamo ga prema formuli

$$C_i = \frac{\text{broj trokuta koje sadrže vrh } v_i}{\text{broj trojki vrhova kojima je } v_i \text{ u središtu}}$$

ili po formuli

$$C_i = \frac{2N_i}{d(i)(d(i) - 1)},$$

gdje je  $N_i$  broj susjeda vrha  $i$  koji su spojeni bridom.

Koeficijent grupiranja poprima vrijednosti između 0 i 1. Što je graf povezaniji, izbacivanjem jednog vrha nećemo narušiti ravnotežu protoka informacija. No, u slučaju zvijezde izbacivanjem vrha najvećeg stupnja, graf se raspada na više dijelova. Izračun koeficijenata grupiranja za našu mrežu nalazi se u prilogu 7.

Vrijednost 0 imaju: Mohamed Abdi, Mohand Alshehri\*, Mahduh M. Salim, Ahmed K. I. S. Al-Ani, Abdelghani Mzoudi, Abu Zubeida, Jean-Marc Grandvisir, Nizar Trabelsi, Ahmed Ressam, Fahid Al Shakri, Madjid Sahoune i Samir Kishk. Vrijednost 1 imaju: David Courtaillier, Essoussi Laaroussi, Seifallah Ben Hassine, Lased Ben Heni, Mohammed Belfas, Mounir El Motassadeq, Zakariya Essabar, Majed Moqed, Bandar Alhazmi, Faisal Al Salmi, Osama Awadallah, Abdussattar Saikh i Ahmed Alnami.

vrh (ime terorista)	$C_i$
Wail Alshehri	0.933
Mustafa A. Al-Hisaw	0.833
Fayez Ahmed	0.607
Waleed Alshehri	0.8
Said Bahaji	0.762
Lofti Raissi	0.7
Abu Walid	0.667
Kamel Daoudi	0.667
Jerome Courtaillier	0.667
Mehdi Khammoun	0.667
Agus Budiman	0.667
Raed Hijaz	0.667
Khalid Al-Mihdhar	0.6
Abdoul A. Al-Omari*	0.556
Satam Suqami	0.536
Mohamed Bensakhria	0.5
Mamoun Darkanzanli	0.5
Rayed M. Abdullah	0.5
Ziad Jarrah	0.489
Salem Alhazmi*	0.464
Ramzi Bin Al-Shibh	0.422
Ahmed Alghamdi	0.4
Haydar Abu Doha	0.333

Tablica 10: Koeficijenti grupiranja vrhova mreže 9/11.

Kod mjera centralnosti općenito volimo tražiti rubne vrijednosti, u ovom slučaju 0 ili 1, ali kod ovakvih mreža, 0 i 1 nam ne govore puno. Vrijednost 0 primjerice znači da je osoba sadržana u induciranom podgrafu koji je zvijezda, a vrijednost 1 govori da je osoba sadržana u induciranom podgrafu koji je potpun. Inducirani podgraf je podgraf koji nasljeđuje najveći mogući broj bridova originalnog grafa. To znači da osoba nema širu sliku plana napada, nego je samo zadužena za svoj zadatak. Nama trebaju osobe koje imaju informacije od svih osoba, ali i koje su dio potpunog podgrafa jer nam to govori da su važne za logistiku određenog dijela napada. Ova mjera centralnosti je zapravo idealna ako je koeficijent oko 0.5. Nakon ovakvog razmatranja možemo zaključiti da se ističu sljedeće osobe: Abdoul A. Al-Omari, Satam Suqami, Mohamed Bensakhria i Ziad Jarrah. Do sada smo spominjali osobe: Mohamed Atta, Marwan Al-Shehhi, Ziad Jarrah i Hani Hanjour. One su u

vrh (ime terorista)	$C_i$
Imad E. B. Yarks	0.333
Saeed Alghamdi	0.333
Nabil Al-Marabh	0.333
Abu Quata	0.3
Hani Hanjour	0.295
Marwan Al-Shehhi	0.288
Tarek Maaroufi	0.267
Nawaf Alhazmi	0.236
Djamal Beghal	0.214
Zacarias Moussaoui	0.214
Hamza Alghamdi	0.19
Ahmed Al Haznawi	0.167
Mohamed Atta	0.158
Essid S. B. Khemais	0.109
prosjeak	0,21

Tablica 11: Koeficijenti grupiranja vrhova mreže 9/11.

prethodnim mjerama centralnosti bile pri vrhu, dok su sada na dnu tablice s niskim koeficijentima.

### 3.2 Onesposobljavanje mreže

Dotaći ćemo se najutjecajnijih vrhova spomenutih u mjerama centralnosti. Pro-matrat ćemo što bi se dogodilo s mrežom da smo ranije detektirali te osobe. Pokazat ćemo kako se mjere centralnosti mijenjaju ovisno o uklonjenom vrhu.

Istaknuti vrhovi u mjerama centralnosti su Mohamed Atta, Marwan Al-Shehhi i Hani Hanjour, kod svojstvene centralnosti ističe se još i Ziad Jarrah, a kod mjere međupoloženosti Zacarias Moussaoui.

Vršna povezanost grafa 9/11 je jedan. Primjerice, uklanjanjem vrha Djamal Beghal, graf se raspada na 4 komponente povezanosti. Prva komponenta sadrži samo jedan vrh: Jean-Marc Grandvisir, drugu komponentu čini samo Abu Zubeida, treću samo Nizar Trabelsi, dok se u četvrtoj komponenti nalazi preostalih 58 vrhova mreže.

S jedne strane, možemo pričati samo o raspadu mreže, a s druge strane, koliko smo ju kvalitetno "rastavili", u smislu sprječavanja bilo kakvog terorističkog čina. Uklanjanjem vrha Djamal Beghal zapravo nismo učinili ništa "pametno" jer i dalje

imamo dobro povezanu komponentu koju čine čak 58 osoba. Štoviše, sve ključne osobe - piloti su ostali u toj velikoj komponenti pa su i dalje dobro povezani, mogu dobro komunicirati i provesti planirani teroristički napad. Nismo "dovoljno dobro" rastavili ovaj graf.

U daljnjoj analizi, nećemo se zadovoljiti uklanjanjem jednog vrha ili jednog brida. Želimo podijeliti mrežu u barem dvije podjednake skupine. Tada ćemo komunikaciju značajno i učinkovitije prekinuti. Čak i tada ne znamo jesmo li dovoljno oslabili mrežu da osobe odustanu od napada, ali znamo da smo ih dovoljno i kvalitetno usporili.

### 3.2.1 Uklanjanje jednog vrha

#### Mohamed Atta

Analizu ćemo početi s uklanjanjem vrha Mohamed Atta. Prisjetimo se priloženih tablica: stupanj vrha Mohameda Atte je 22, što je ujedno i najveći stupanj vrha mreže. Vodeći se svojstvenom centralnosti od 0.411, Katzova centralnost prati svojstvenu centralnost te je i ovdje Atta vodeća osoba. Međupoloženost je pokazala da je također na samom vrhu, dok je podgrafovski koeficijent zatvorenosti ispod prosjeka s vrijednosti 0.158.

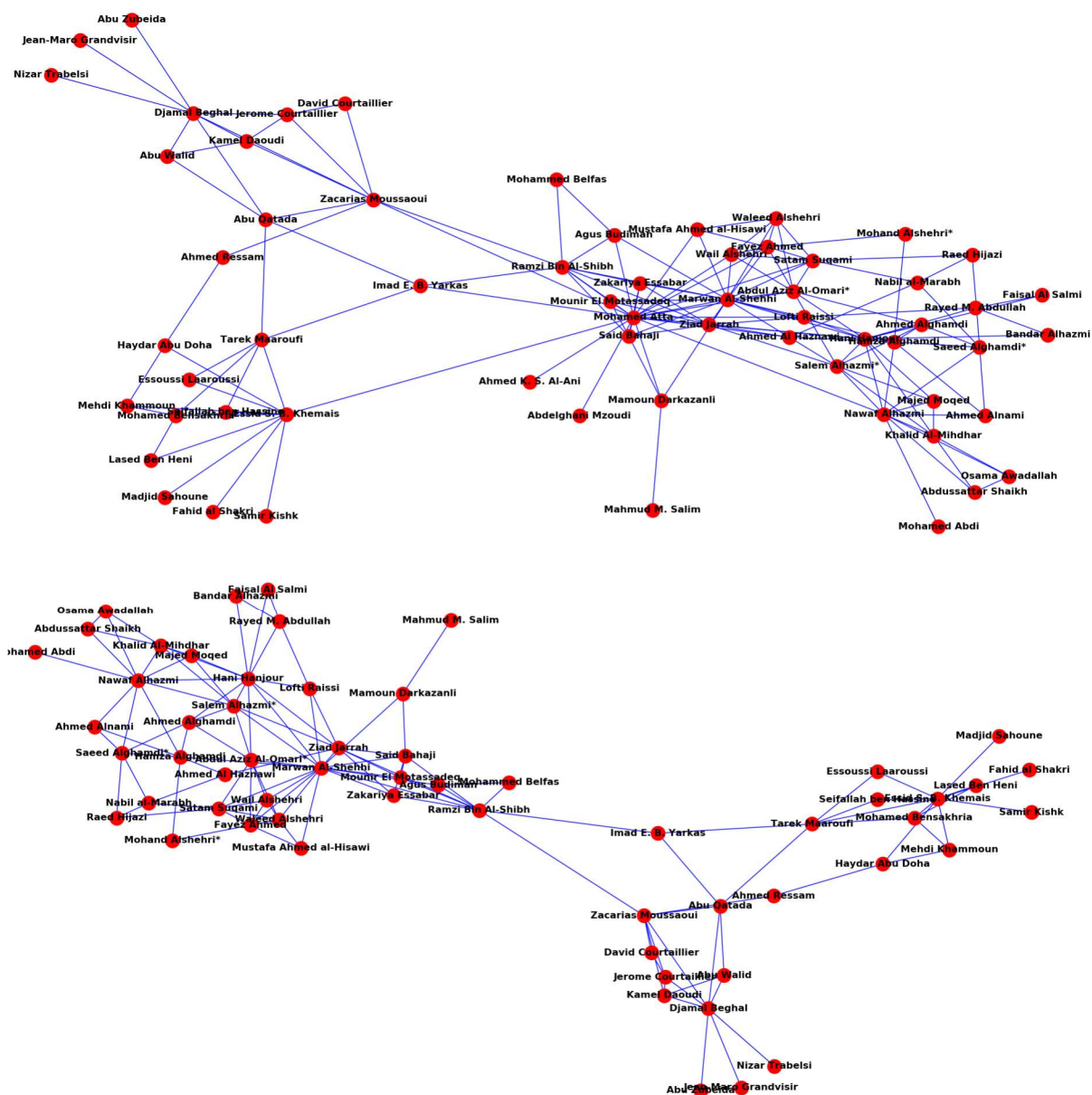
Zanima nas kako bi mreža izgledala ako uklonimo Mohameda Attu, kako bi to utjecalo na druge vrhove mreže, kako bi se važnost i utjecajnost drugih promijenila u mreži i slično. Slika mreže, s uklonjenim vrhom, nalazi se na slici 9.

Uklanjanjem Mohameda Atte mreža se raspala na tri komponente povezanosti, dvije su beznačajne jer sadrže samo jedan vrh, dok treća komponenta sadrži 59 osoba.

Ta treća komponenta je vršne povezanosti jedan jer se uklanjanjem samo jedne osobe može raspasti. Ta osoba je Ramzi Bin Al-Shibh. Primijetimo kako se taj vrh nije isticao niti u jednoj mjeri centralnosti, ali nakon uklanjanja Mohameda Atte postaje bitan jer spaja dva dijela mreže.

Sada je lako uočljivo da je Marwan Al-Shehhi vrh koji ima najviše susjeda. Piloti koji su sudjelovali u napadu su i dalje povezani pa mogu međusobno komunicirati, ali je ta komunikacija znatno oslabila. Pogledajmo kako ovo "oslabljenje" grafa izgleda u tablici 12.

Uočavamo drastičnu promjenu međupoloženosti kod Ramzija. Kada je Mohamed Atta bio aktivan vrh, Ramzijeva međupoloženost je iznosila svega 89.555, a



Slika 9: Mreža 9/11 sa svim vrhovima (gornja slika), mreža bez Mohameda Atte (donja slika).

sada je nadmašila Marwana. Marwan je također dobio na vrijednosti, s 162.35 je došao na čak 703.55. Uklanjanjem Atte vrhovi su raspodjelili njegov doprinos te su sada neki vrhovi dobili na važnosti.

Koeficijent gurpiranja se smanjio kod svih vrhova. Uklanjanjem jednog vrha,

vrh (ime terorista)	stupanj vrha	Katzova centralnost	međupoloženost	koeficijent grupiranja
Marwan Al-Shehhi	17	0.335	703.550	0.221
Hani Hanjour	12	0.252	271.365	0.273
Essid S. B. Khemais	10	0.127	224.090	0.133
Nawaf Alhazmi	10	0.189	150.026	0.267
Ramzi Bin Al-Shibh	9	0.191	831.136	0.306
Ziad Jarrah	9	0.218	222.290	0.389
Abdoul A.Al-Omari*	8	0.213	33.462	0.536
Djamal Beghal	8	0.118	186.586	0.214
Zacarias Moussaoui	7	0.124	429.212	0.238
Satam Suqami	7	0.174	70.111	0.524

Tablica 12: Mjere centralnosti izdvojenih vrhova nakon uklanjanja Mohameda Atte.

izgubili smo određene trokute, tj. izgubili smo poveznice između naših susjeda. Mali koeficijenti govore kako je graf slabije povezan nego prije te da se približava obliku zvijezde. Primijetimo kako nam koeficijent 0 govori da imamo zvijezdu, a koeficijent 1 da smo u potpunom grafu.

Katzova centralnost ima neprimjetne promjene, nema neočekivanih velikih promjena kod nekog pojedinca. Komunikacija koja bi prije išla preko Mohameda Atte, sada se prebacila na dio njegovih susjeda.

Valja uočiti da je ekscentricitet ove nove mreže u raponu od 5 do 8, dok je prije bio od 3 do 5, što znači da je dijаметar sada 8. Ovakva promjena dijametra govori kako je komunikacija uvelike otežana. Kako bi se poruka prenijela s jedog kraja mreže na drugi, treba potrošiti puno više vremena i uključiti puno više posrednika.

### Marwan Al-Shehhi

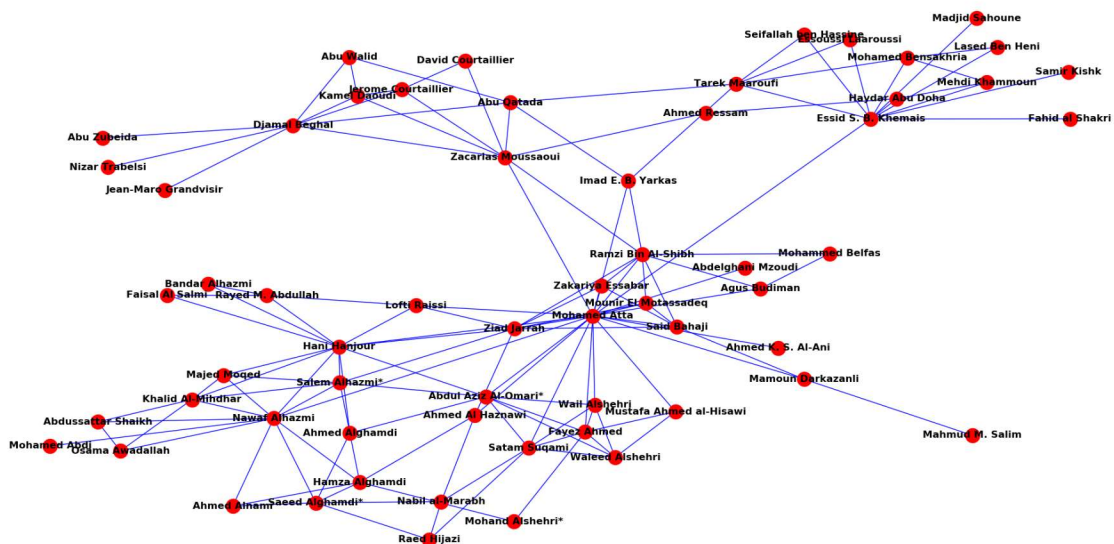
Bilo bi poželjno kada bi se odmah mogao identificirati i onesposobiti najvažniji vrh. To je u stvarnoj situaciji vrlo malo vjerojatno.

U nastavku ćemo istaknuti Marwana Al-Shehhia. Zanima naš što bi se dogodilo s mrežom ukoliko ne bismo uspjeli identificirati Mohameda Attu, ali bismo uspjeli pronaći Marwana.

Prisjetimo se da je Marwan u stupnju vrha i Katzovoj centralnosti među prvima, ali se ne ističe u međupoloženosti. Jedino je koeficijent grupiranja bio veći za Marwana u usporedbi s Mohamedom.



Slika 10 prikazuje kako bi izgledala mreža ako uklonimo Marwana.



Slika 10: Mreža bez Marwana Al-Shehhia.

Nakon uklanjanja Marwana, ne vidimo toliku oslabljenost kao kada smo uklonili Mohameda. I dalje je graf dobro povezan. U mreži nije postojao vrh kojem je samo Marwan bio susjed pa njegovim uklanjanjem u mreži sada imamo 61 osobu. Dijametar grafa ostaje 5. Pogledajmo promjene u mjerama centralnosti.

vrh (ime terorista)	stupanj vrha	Katzova centralnost	međupoloženost	koeficijent grupiranja
Mohamed Atta	21	0.367	1165.349	0.123
Hani Hanjour	12	0.243	230.648	0.1667
Essid S. B. Khemais	11	0.160	451.778	0.109
Nawaf Alhazmi	11	0.210	322.327	0.236
Ramzi Bin Al-Shibh	9	0.197	78.778	0.361
Ziad Jarrah	9	0.216	45.372	0.389
Abdoul A. Al-Omari*	8	0.199	61.273	0.464
Djamal Beghal	8	0.117	189.183	0.214
Zacarias Moussaoui	8	0.158	416.033	0.214
Satam Suqami	7	0.166	76.434	0.476

Tablica 13: Mjere centralnosti izdvojenih vrhova nakon uklanjanja Marwana Al-Shehhia.

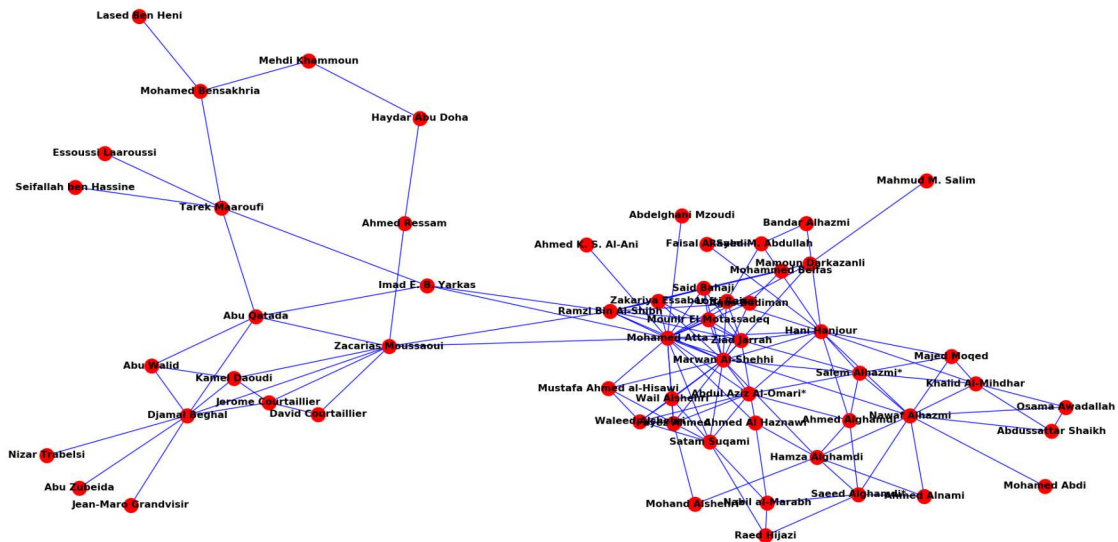
Mohamed i Nawaf su blago povisili svoju međupoloženost. Informacije koje je

prije prenosio Marwan, dodjeljene su njegovim susjedima. Ostale centralnosti nisu značajno promijenjene. Razlog tome jest što je Marwan bio dio potpunog podgrafa u kojemu su bili i neki od pilota. Njegovo uklanjanje nije ugrozilo taj podgraf. Prisjetimo se kako je najgora struktura potpun graf jer koji god vrh uklonimo i dalje imamo potpun graf.

Sljedeća osoba, koju smo spomenuli kao vodeću, je Hani Hanjour. No, slično kao i kod Marwana, uklanjanje te osobe neće napraviti veće i značajnije promjene u mreži.

### Essid S. B. Khemais

Bilo bi zanimljivo pogledati i uklanjanje Essida S. B. Khemaisa. Razlog proučavanja je njegovo isticanje u međupoloženosti. Laički rečeno, Essid je vrh kroz koji će proći puno informacija, odmah je ispod Mohameda Atte u tablici. Essid nije posebno istaknut kod stupnja vrha ili svojstvene, odnosno Katzove centralnosti, ali pažnju privlači kao bitan vrh koji se nalazi u mnoštvu najkraćih puteva. Pogledajmo graf bez Essida.



Slika 11: Mreža bez Essida S. B. Khemaisa.

Dijametar se povećao na 6, radijus grafa se povećao na 4, a vidimo i da je broj ljudi u grafu manji. Essid je bio u zvjezdastom podgrafu s Fahidom, Madjidom i Samirom. Njih trojica su komunicirali kroz mrežu samo preko Essada. Essadovim

uklanjanjem, njih trojica više nemaju komunikaciju s ostatkom mreže. Također, sada je broj vrhova u mreži 58.

Lako je vidljiv nastanak puta koji su stvorili Essidovi susjedi. Gore lijevo na slici 11 uočavamo put Mohamed Bensakhria, Mehdi, Haydar, Ahmed te Zacarias Moussaoui. Sjetimo se kako je najlakše prekinuti protok informacija u putu, takvog primjera smo se dotakli ranije kada smo opisivali Lančanu mrežu u poglavlju 2.2.2.

Mjere centralnosti pilota nisu značajno promijenjene, Essid je od pilota bio u komunikaciji samo s Mohamed Attom.

### 3.2.2 Uklanjanje više vrhova

Već smo komentirali kako bi se mreža 9/11 mogla raspasti uklanjanjem samo jednog vrha, ali isto tako smo napomenuli da želimo pametan raspad mreže, tj. onaj koji bi značio prevenciju napada.

Ciljamo na uklanjanje najvažnijih vrhova prema onome što daju razne mjere centralnosti. Uklanjanje samo jednog najvažnijeg vrha ne dovodi do raspada grafa, ali dovodi do znatnog oslabljenja veza. Zbog svega navedenog, proučavat ćemo uklanjanje više vrhova.

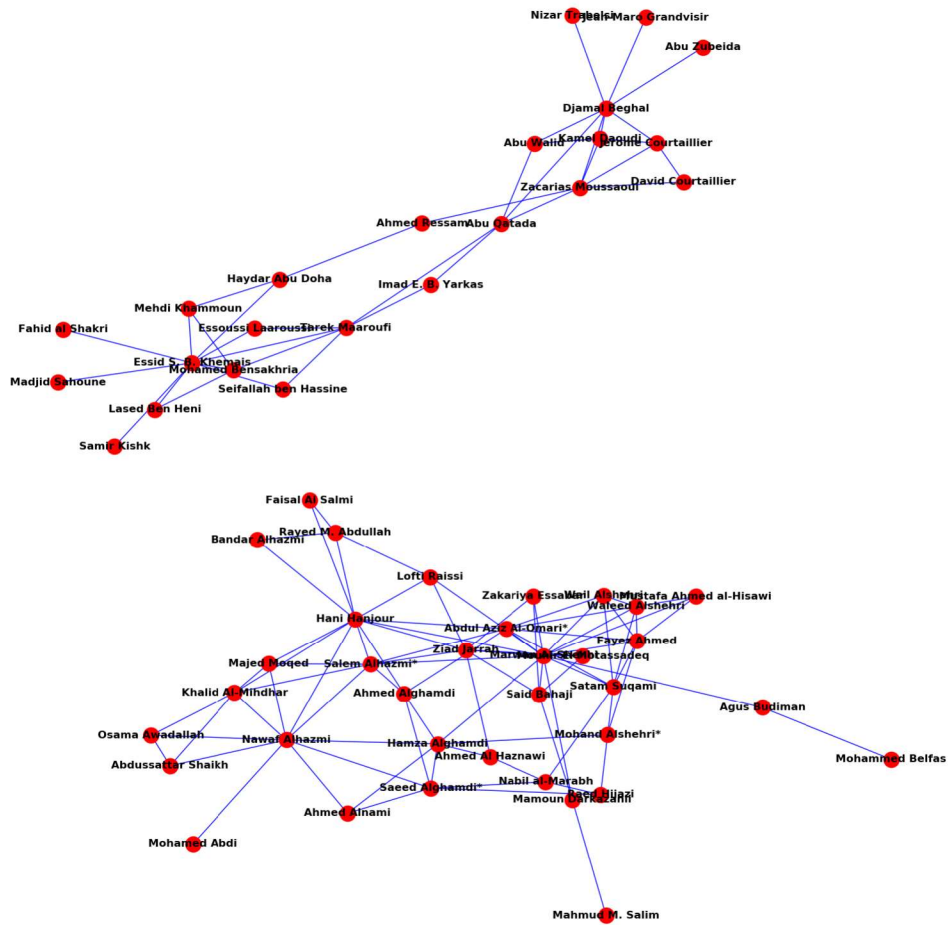
#### Mohamed Atta i Ramzi Bin Al-Shibha

Analizirali smo uklanjanje Mohameda Atte. Na samoj mreži, a i kasnijom analizom mjera centralnosti, vidjeli smo kako je povećanje vrijednosti mjera centralnosti imao Ramzi Al-Shibh. Budući da je njegova uloga naglo porasla, pogledat ćemo što se događa s grafom kada uklonimo Mohameda Attu i Ramzija.

Mreža bez Mohameda Atte i Ramzi B. Al-Shibha raspada se na dva dijela. Komunikacija je narušena. Na slici 12 je vidljivo da gornja skupina ne zna što radi donja skupina i obratno. Nažalost, iako smo mrežu uspjeli podijeliti na dva dijela, ne znači da se napad ne bi mogao odviti. Na slici 12 u donjem dijelu mreže, i dalje su svi piloti na okupu. U ovom slučaju možda oni ni ne bi dobivali neke nove informacije, ali bi se i dalje mogli držati svoga plana. Mreža se raspala na dvije skupine, u jednoj skupini su 23 osobe, dok je u drugoj 35 osoba.

#### Marwan Al-Shehhi i Mohamed Atta

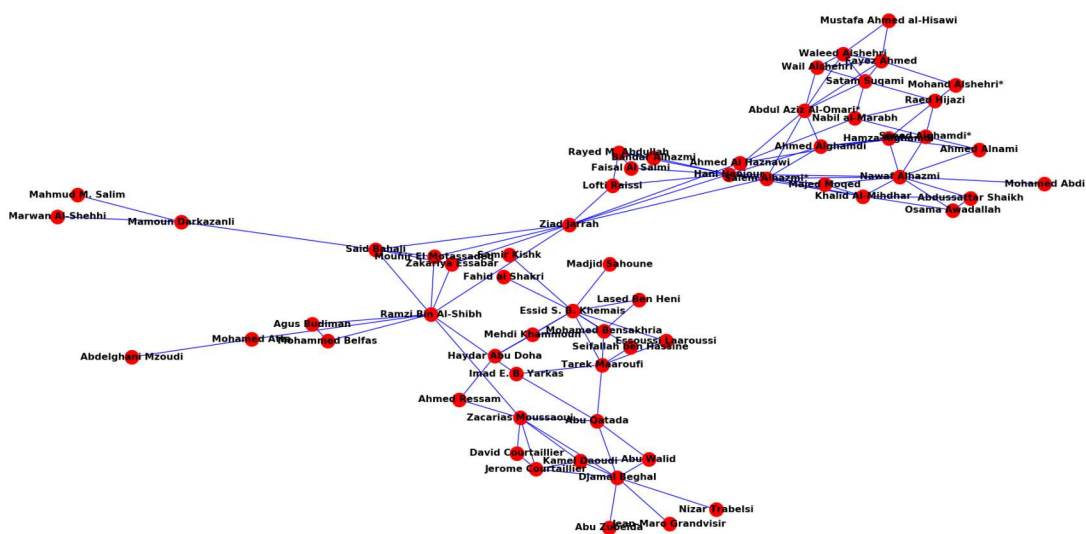
Nakon uklanjanja Marwana Al-Shehhia nismo uočili niti jedan rezni brid ili rezni



Slika 12: Mreža bez M. Atte i Ramzi B. Al-Shibha

vrh koji bi rastavio graf na dva podjednaka dijela. Stoga ćemo pogledati što bi se dogodilo kada bismo uklonili Marwana i Mohameda Attu.

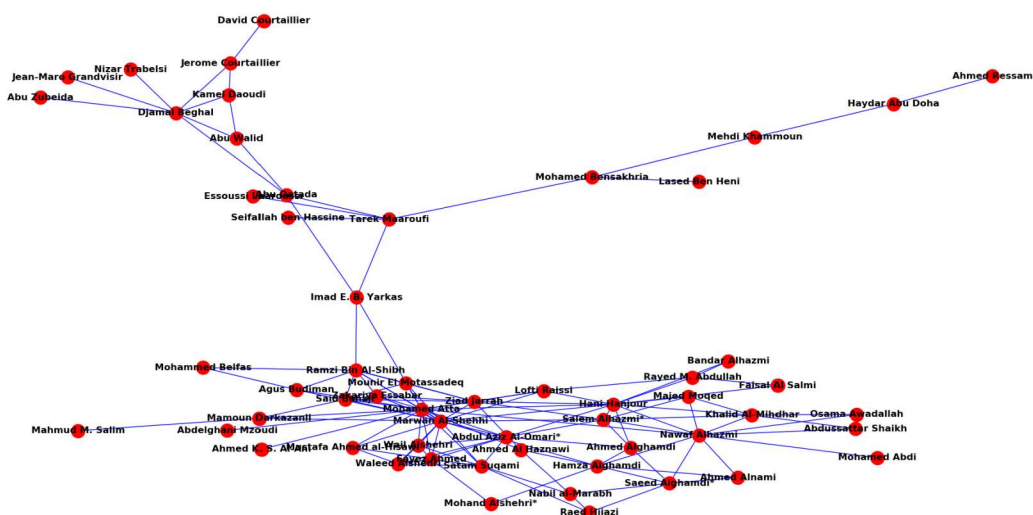
Nakon uklanjanja ova dva vrha uočavamo Ziada Jarada kao reznog vrha. Vidimo da se njegovim uklanjanjem mreža rastavlja na dvije jednake komponente. Također, uklanjanje Marwana i Mohameda je uzrokovalo otežanu komunikaciju među pilotima, što je od velike važnosti. Ako bismo proučavali samo pilote, kao u poglavlju 2.3.2., onda bi uklanjanje ova dva vrha značilo da jedna skupina pilota nema komunikaciju s ostalima. Ovo je slučaj u kojem bi najvjerojatnije zrakoplov i putnici leta American Airlines 11 ostali netaknuti. Nadalje, radijus mreže je sada 5, a dijametar je 9.



Slika 13: Mreža bez M. Atte i Marwan Al-Shehhia.

### Essid S. B. Khemais i Zacarias Moussaoui

Budući da smo Essida odlučili ukloniti radi isticanja u mjeri međupoloženosti, iz istog razloga ćemo ga ukloniti u paru sa Zacariasom.



Slika 14: Mreža bez Essid S. B. Khemaisa i Zacariasa Moussaouia.

Vidljivo je kako se graf neće raspasti. Samim uklanjanjem Essida, ne uočava

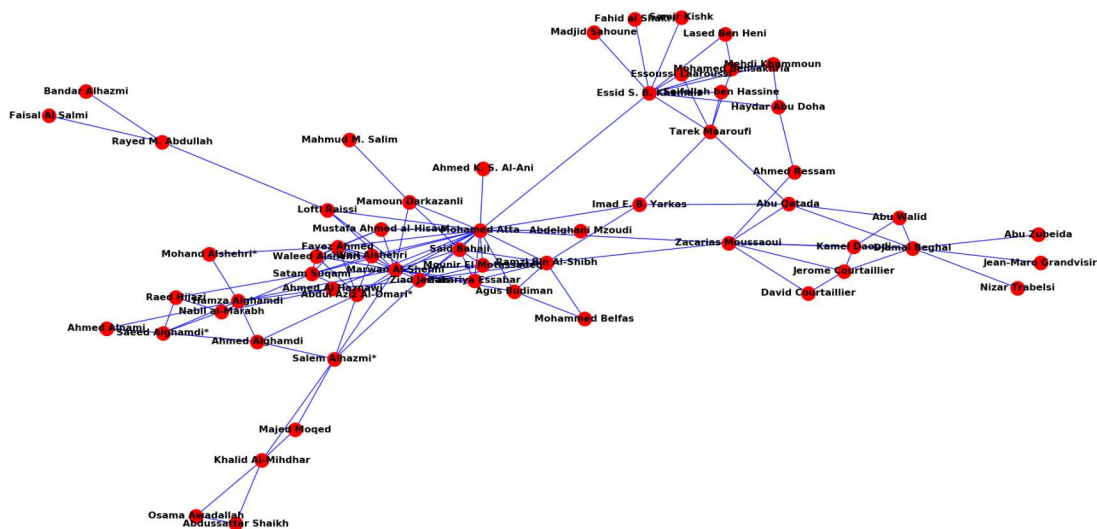
se niti jedan, nama poželjan, rezni vrh. Pogledajmo što bi se dogodilo uklañjenjem dvojice spomenutih.

Možemo uočiti kako izbor dva, ne tako vodeća vrha, donosi dobre rezultate. Iako Essid i Zacarias nisu istaknuti u stupnju vrha ili Katzovoj centralnosti (kao Mohamed ili Marwan), dobili smo dobar rezultat u računanju ekscentriciteta, minimalni ekscentricitet (radijus) je 5, a dijametar je sada 8. Na slici 14 vidimo kako je sada Imad E.B. Yarkas postao rezni vrh.

Nedostatak kod ovog oslabljenja mreže je taj što su piloti i dalje na okupu te imaju komunikaciju s ostatkom mreže.

## Hani Hanjour i Nawaf Alhazmi

Budući da u malo slučajeva imamo raspad mreže i ujedno raspad grupe pilota, sada smo uzeli dva ne tako popularna vrha. Stupanj vrha im je bio u prvoj trećini rezultata, a budući da su piloti, zanima nas do kakvog će oslabljenja ili raspada doći u mreži ako uklonimo Hania Hanjoura i Nawafa Alhazmia.



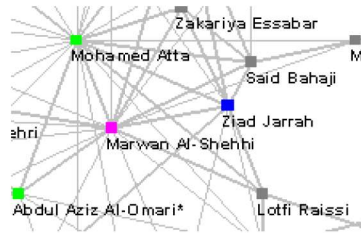
Slika 15: Mreža bez Hania Hanjoura i Nawafa Alhazmia.

Vidimo kako je ovaj izbor vrhova najlošiji do sada. Mjere centralnosti nisu u niti jednom trenutku istaknule ove vrhove. Vidimo da njihovim uklanjanjem nismo otežali protok informacija u mreži pa tako ni planiranje napada. Ekscentricitet vrhova grafa je od 4 do 7, tj. radijus je 4, a dijametar 7.

Također dolazimo do zaključka da je krucijalni dio plana dobro očuvan. Imamo 19 pilota i uklanjanjem dva od njih, nismo ništa postigli. Glavni dio napada je bio otuđiti zrakoplove, napraviti suicid i uništiti zgrade i brojne ljude u njima. Taj plan se možda mogao uništiti samo identifikacijom Marwana i Atte.

## 4 Usporedba rezultata

Centralnosti kojih smo se dotakli su stupanj vrha, svojstvena centralnost, Katzova centralnost, međupoloženost te koeficijent grupiranja. Prve tri centralnosti ukazuju na Mohameda Attu, Marwana Al-Shehha, Ziada Jarraha i Hania Hanjoura. Pogledajmo njihov položaj u mreži.



Slika 16: Položaj Atte, Marwana, Ziada i Hanjoura u mreži.

Stupanj vrha je centralnost koja za računanje treba matricu susjedstva grafa. Prisjetimo se vektorskog zapisa,  $d_i = (A \cdot 1)$ , gdje je  $1 = (1, 1, \dots, 1)^T$ . Svojstvena centralnost također traži matricu susjedstva za danu formulu  $x_i = \lambda_1^{-1} \sum_j A_{ij} x_j$  te računanje svojstvene vrijednosti od  $A$ . Katzova centralnost se nadovezuje na svojstvenu centralnost pa nema velike razlike u rezultatima. Sljedeća centralnost je međupoloženost,  $BC(i) = \sum_{s,t} \frac{n_{st}^i}{g_{st}}$ , u kojoj promatramo najkraće puteve i tražimo vrh najbitniji za protok informacija. Najkraće puteve i matricu udaljenosti  $D$  također dobivamo iz matrice susjedstva. Spomenute četiri centralnosti se prate uz sitne iznimke. Zadnja centralnost, koja odstupa od ostalih, naziva se koeficijent grupiranja. Promatramo zatvorene šetnje duljine 3 te putove duljine 3. Osobe koje imaju visok stupanj vrha, imaju niski koeficijent grupiranja. Razlog tome je veliki broj prijatelja koji se međusobno ne poznaju. Takve osobe su dobre za protok informacija, organiziranje, zapovijedanje, ali nemaju povezanu strukturu u kojoj mogu intenzivnije djelovati.

Biranjem barem dvije osobe, vodeće u nekoj od mjera centralnosti, dobivamo dobre rezultate za mrežu, tj. slabiju i otežanu komunikaciju, smanjivanje broja ljudi, raspad mreže na željen način i slično. Bilo koja mjera centralnosti je pogodila osobu važnu za određenu ulogu i uklanjanje takvih osoba je dovelo do nama pogodnih rezultata.



## Zaključak

Terorizam nije novost našem svijetu. Svaki dan se sve više razvija i napreduje, sve su inovativnije i efikasnije tehnike ucjena, ubojstava, napada... Borba protiv terorizma je dugotrajna: dolazak do potrebnih informacija, povezivanje informacija, identifikacija osoba te sankcije potrebne za sprječavanje napada. Jedna od primjene teorije grafova pomaže u ovoj problematici, točnije u identifikaciji ključnih osoba. Nakon prikupljenih informacija, pomoću mjera centralnosti možemo identificirati određene osobe. Također, ovisno o željama i načinima na kojima želimo manipulirati skupinom (ne nužno terorista) koristimo za to predviđenu centralnost.

## Literatura

- [1] Y.V. Borovskikh, V.S. Korolyuk, *Eigenspaces of Graphs*, Cambridge University Press, Cambridge, 1997.
- [2] D. Cvetković, P. Rowlinson, S. Simić, *Random permanents*, VSP BV, Utrecht, The Netherlands, 1994.
- [3] A. Hagberg, D. Schult, P. Swart, *NetworkX Reference*, Release 2.2. URL: [https://networkx.github.io/documentation/stable/\\_downloads/networkx\\_reference.pdf](https://networkx.github.io/documentation/stable/_downloads/networkx_reference.pdf)
- [4] V.E. Krebs, *Uncloaking Terrorist Networks*, First Monday (7), 2002.
- [5] R. Lindelauf, *Design and analysis of covert networks, affiliations and projects*, Tilburg: CentER, Center for Economic Research, 2011.
- [6] F. Udawadia, G. Leitmann, L. Lambertini, *A Dynamical Model of Terrorism*, Discrete Dynamics in Nature and Society, Vol. 2006, Hindawi Publishing Corporation, New York, 2006.
- [7] I. Perisa, *Organizacijski oblici suvremenih terorističkih organizacija*, diplomski rad, Filozofski fakultet, Zagreb, 2002.
- [8] D. Veljan, *Kombinatorna i diskretna matematika*, Algoritam, Zagreb, 2001.
- [9] K. Vučić, *Međunarodna povijest terorizma*, časopis za interdisciplinarna istraživanja rata i mira, 8 (2014), 197–201.
- [10] Definicija terorizma, URL: <https://hrvatski-vojnici.hr/godina-2005-menu/item/3242-okvirna-odluka-vijeca-europske-unije-o-borbi-protiv-terorizma.html>
- [11] Modelling Terrorist Networks, CD Dissertation(Whole Unit), 2011. URL: [https://www.math.ucla.edu/mason/research/dom\\_final.pdf](https://www.math.ucla.edu/mason/research/dom_final.pdf)

## Prilog 1

Prilog sadrži python kod u kojem smo prosljedili sve bridove naše mreže te grafički prikaz istoga.

---

```

import matplotlib.pyplot as plt
import networkx as nx
import numpy as np

G = nx.Graph()
G.add_edge('AbuZubeida', 'DjamalBeghal')
G.add_edge('Jean – MaroGrandvisir', 'DjamalBeghal')
G.add_edge('NizarTrabelsi', 'DjamalBeghal')
G.add_edge('AbuWalid', 'DjamalBeghal')
G.add_edge('AbuWalid', 'KamelDaoudi')
G.add_edge('AbuWalid', 'AbuQatada')
G.add_edge('DjamalBeghal', 'KamelDaoudi')
G.add_edge('DjamalBeghal', 'JeromeCourtaillier')
G.add_edge('DjamalBeghal', 'ZacariasMoussaoui')
G.add_edge('DjamalBeghal', 'AbuQatada')
G.add_edge('KamelDaoudi', 'JeromeCourtaillier')
G.add_edge('KamelDaoudi', 'ZacariasMoussaoui')
G.add_edge('JeromeCourtaillier', 'DavidCourtaillier')
G.add_edge('JeromeCourtaillier', 'ZacariasMoussaoui')
G.add_edge('DavidCourtaillier', 'ZacariasMoussaoui')
G.add_edge('ZacariasMoussaoui', 'AbuQatada')
G.add_edge('ZacariasMoussaoui', 'AhmedRessam')
G.add_edge('ZacariasMoussaoui', 'RamziBinAl – Shibh')
G.add_edge('ZacariasMoussaoui', 'MohamedAtta')
G.add_edge('AbuQatada', 'TarekMaaroufi')
G.add_edge('AbuQatada', 'ImadE.B.Yarkas')
G.add_edge('AhmedRessam', 'HaydarAbuDoha')
G.add_edge('HaydarAbuDoha', 'MehdiKhammoun')
G.add_edge('HaydarAbuDoha', 'EssidS.B.Khemais')
G.add_edge('MehdiKhammoun', 'EssidS.B.Khemais')
G.add_edge('MehdiKhammoun', 'MohamedBensakhria')

```

*G.add\_e dge('MohamedBensakhria', 'TarekMaaroufi')*  
*G.add\_e dge('MohamedBensakhria', 'EssidS.B.Khemais')*  
*G.add\_e dge('MohamedBensakhria', 'LasedBenHeni')*  
*G.add\_e dge('TarekMaaroufi', 'EssoussiLaaroussi')*  
*G.add\_e dge('TarekMaaroufi', 'EssidS.B.Khemais')*  
*G.add\_e dge('TarekMaaroufi', 'SeifallahbenHassine')*  
*G.add\_e dge('TarekMaaroufi', 'ImadE.B.Yarkas')*  
*G.add\_e dge('EssoussiLaaroussi', 'EssidS.B.Khemais')*  
*G.add\_e dge('EssidS.B.Khemais', 'SeifallahbenHassine')*  
*G.add\_e dge('EssidS.B.Khemais', 'LasedBenHeni')*  
*G.add\_e dge('EssidS.B.Khemais', 'FahidalShakri')*  
*G.add\_e dge('EssidS.B.Khemais', 'MadjidSahoune')*  
*G.add\_e dge('EssidS.B.Khemais', 'SamirKishk')*  
*G.add\_e dge('EssidS.B.Khemais', 'MohamedAtta')*  
*G.add\_e dge('ImadE.B.Yarkas', 'MohamedAtta')*  
*G.add\_e dge('ImadE.B.Yarkas', 'RamziBinAl – Shibh')*  
*G.add\_e dge('MohammedBelfas', 'RamziBinAl – Shibh')*  
*G.add\_e dge('MohammedBelfas', 'AgusBudiman')*  
*G.add\_e dge('RamziBinAl – Shibh', 'AgusBudiman')*  
*G.add\_e dge('RamziBinAl – Shibh', 'MounirElMotassadeq')*  
*G.add\_e dge('RamziBinAl – Shibh', 'ZakariyaEssabar')*  
*G.add\_e dge('RamziBinAl – Shibh', 'SaidBahaji')*  
*G.add\_e dge('RamziBinAl – Shibh', 'ZiadJarrah')*  
*G.add\_e dge('RamziBinAl – Shibh', 'MarwanAl – Shehhi')*  
*G.add\_e dge('RamziBinAl – Shibh', 'MohamedAtta')*  
*G.add\_e dge('AbdelghaniMzoudi', 'MohamedAtta')*  
*G.add\_e dge('AgusBudiman', 'MarwanAl – Shehhi')*  
*G.add\_e dge('AgusBudiman', 'MohamedAtta')*  
*G.add\_e dge('MounirElMotassadeq', 'SaidBahaji')*  
*G.add\_e dge('MounirElMotassadeq', 'ZiadJarrah')*  
*G.add\_e dge('MounirElMotassadeq', 'MarwanAl – Shehhi')*  
*G.add\_e dge('MounirElMotassadeq', 'MohamedAtta')*  
*G.add\_e dge('ZakariyaEssabar', 'SaidBahaji')*  
*G.add\_e dge('ZakariyaEssabar', 'ZiadJarrah')*  
*G.add\_e dge('ZakariyaEssabar', 'MarwanAl – Shehhi')*

*G.add\_e dge('ZakariyaEssabar','MohamedAtta')*  
*G.add\_e dge('AhmedK.S.Al – Ani','MohamedAtta')*  
*G.add\_e dge('MustafaAhmedal – Hisawi','MarwanAl – Shehhi')*  
*G.add\_e dge('MustafaAhmedal – Hisawi','FayezAhmed')*  
*G.add\_e dge('MustafaAhmedal – Hisawi','MohamedAtta')*  
*G.add\_e dge('MustafaAhmedal – Hisawi','WaleedAlshehri')*  
*G.add\_e dge('MahmudM.Salim','MamounDarkazanli')*  
*G.add\_e dge('MamounDarkazanli','SaidBahaji')*  
*G.add\_e dge('MamounDarkazanli','MarwanAl – Shehhi')*  
*G.add\_e dge('MamounDarkazanli','MohamedAtta')*  
*G.add\_e dge('SaidBahaji','ZiadJarrah')*  
*G.add\_e dge('SaidBahaji','MarwanAl – Shehhi')*  
*G.add\_e dge('SaidBahaji','MohamedAtta')*  
*G.add\_e dge('ZiadJarrah','MarwanAl – Shehhi')*  
*G.add\_e dge('ZiadJarrah','MohamedAtta')*  
*G.add\_e dge('ZiadJarrah','AhmedAlHaznawi')*  
*G.add\_e dge('ZiadJarrah','LoftiRaissi')*  
*G.add\_e dge('ZiadJarrah','HaniHanjour')*  
*G.add\_e dge('ZiadJarrah','SalemAlhazmi\*')*  
*G.add\_e dge('MarwanAl – Shehhi','FayezAhmed')*  
*G.add\_e dge('MarwanAl – Shehhi','MohamedAtta')*  
*G.add\_e dge('MarwanAl – Shehhi','WailAlshehri')*  
*G.add\_e dge('MarwanAl – Shehhi','AbdulAzizAl – Omari\*')*  
*G.add\_e dge('MarwanAl – Shehhi','WaleedAlshehri')*  
*G.add\_e dge('MarwanAl – Shehhi','SatamSuqami')*  
*G.add\_e dge('MarwanAl – Shehhi','HamzaAlghamdi')*  
*G.add\_e dge('MarwanAl – Shehhi','LoftiRaissi')*  
*G.add\_e dge('MarwanAl – Shehhi','HaniHanjour')*  
*G.add\_e dge('MarwanAl – Shehhi','SalemAlhazmi\*')*  
*G.add\_e dge('FayezAhmed','MohamedAtta')*  
*G.add\_e dge('FayezAhmed','WailAlshehri')*  
*G.add\_e dge('FayezAhmed','AbdulAzizAl – Omari\*')*  
*G.add\_e dge('FayezAhmed','WaleedAlshehri')*  
*G.add\_e dge('FayezAhmed','SatamSuqami')*  
*G.add\_e dge('FayezAhmed','MohandAlshehri\*')*

*G.add\_e dge('MohamedAtta', 'WailAlshehri')*  
*G.add\_e dge('MohamedAtta', 'AbdulAzizAl – Omari\*')*  
*G.add\_e dge('MohamedAtta', 'SatamSuqami')*  
*G.add\_e dge('MohamedAtta', 'AhmedAlHaznawi')*  
*G.add\_e dge('MohamedAtta', 'LoftiRaissi')*  
*G.add\_e dge('MohamedAtta', 'HaniHanjour')*  
*G.add\_e dge('MohamedAtta', 'NawafAlhazmi')*  
*G.add\_e dge('WailAlshehri', 'AbdulAzizAl – Omari\*')*  
*G.add\_e dge('WailAlshehri', 'WaleedAlshehri')*  
*G.add\_e dge('WailAlshehri', 'SatamSuqami')*  
*G.add\_e dge('AbdulAzizAl – Omari\*', 'WaleedAlshehri')*  
*G.add\_e dge('AbdulAzizAl – Omari\*', 'SatamSuqami')*  
*G.add\_e dge('AbdulAzizAl – Omari\*', 'AhmedAlghamdi')*  
*G.add\_e dge('AbdulAzizAl – Omari\*', 'HaniHanjour')*  
*G.add\_e dge('AbdulAzizAl – Omari\*', 'SalemAlhazmi\*')*  
*G.add\_e dge('WaleedAlshehri', 'SatamSuqami')*  
*G.add\_e dge('SatamSuqami', 'Nabilal – Marabh')*  
*G.add\_e dge('SatamSuqami', 'RaedHijazi')*  
*G.add\_e dge('MohandAlshehri\*', 'HamzaAlghamdi')*  
*G.add\_e dge('HamzaAlghamdi', 'AhmedAlghamdi')*  
*G.add\_e dge('HamzaAlghamdi', 'AhmedAlHaznawi')*  
*G.add\_e dge('HamzaAlghamdi', 'NawafAlhazmi')*  
*G.add\_e dge('HamzaAlghamdi', 'AhmedAlnami')*  
*G.add\_e dge('HamzaAlghamdi', 'SaeedAlghamdi\*')*  
*G.add\_e dge('AhmedAlghamdi', 'HaniHanjour')*  
*G.add\_e dge('AhmedAlghamdi', 'SalemAlhazmi\*')*  
*G.add\_e dge('AhmedAlghamdi', 'SaeedAlghamdi\*')*  
*G.add\_e dge('AhmedAlHaznawi', 'Nabilal – Marabh')*  
*G.add\_e dge('LoftiRaissi', 'HaniHanjour')*  
*G.add\_e dge('LoftiRaissi', 'RayedM.Abdullah')*  
*G.add\_e dge('HaniHanjour', 'SalemAlhazmi\*')*  
*G.add\_e dge('HaniHanjour', 'MajedMoqed')*  
*G.add\_e dge('HaniHanjour', 'KhalidAl – Mihdhar')*  
*G.add\_e dge('HaniHanjour', 'NawafAlhazmi')*  
*G.add\_e dge('HaniHanjour', 'BandarAlhazmi')*

```

G.add_edge('HaniHanjour', 'RayedM.Abdullah')
G.add_edge('HaniHanjour', 'FaisalAlSalmi')
G.add_edge('SalemAlhazmi*', 'MajedMoqed')
G.add_edge('SalemAlhazmi*', 'KhalidAl - Mihdhar')
G.add_edge('SalemAlhazmi*', 'NawafAlhazmi')
G.add_edge('MajedMoqed', 'KhalidAl - Mihdhar')
G.add_edge('MajedMoqed', 'NawafAlhazmi')
G.add_edge('KhalidAl - Mihdhar', 'NawafAlhazmi')
G.add_edge('KhalidAl - Mihdhar', 'OsamaAwadallah')
G.add_edge('KhalidAl - Mihdhar', 'AbdussattarShaikh')
G.add_edge('NawafAlhazmi', 'OsamaAwadallah')
G.add_edge('NawafAlhazmi', 'AbdussattarShaikh')
G.add_edge('NawafAlhazmi', 'MohamedAbdi')
G.add_edge('NawafAlhazmi', 'AhmedAlnami')
G.add_edge('NawafAlhazmi', 'SaeedAlghamdi*')
G.add_edge('BandarAlhazmi', 'RayedM.Abdullah')
G.add_edge('RayedM.Abdullah', 'FaisalAlSalmi')
G.add_edge('OsamaAwadallah', 'AbdussattarShaikh')
G.add_edge('AhmedAlnami', 'SaeedAlghamdi*')
G.add_edge('SaeedAlghamdi*', 'Nabilal - Marabh')
G.add_edge('SaeedAlghamdi*', 'RaedHijazi')
G.add_edge('Nabilal - Marabh', 'RaedHijazi')

```

```

nx.draw(G,nodecolor='r', edge_color = 'b',with_labels = True, font_weight = '
bold')
plt.show()

```

---





## Prilog 3

Prilog sadrži funkciju koje smo pozivali nakon unosa mreže i ispisuje stupanj svakog vrha:

---

```
a =nx.degree(G)
print('degree:',a)
```

---

ispis:

```
degree: [('Abu Zubeida', 1), ('Djamal Beghal', 8), ('Jean-Marco Grandvisir', 1), ('Nizar Trabelsi', 1), ('Abu Walid', 3), ('Kamel Daoudi', 4), ('Abu Qatada', 5), ('Jerome Courtaillier', 4), ('Zacarias Moussaoui', 8), ('David Courtaillier', 2), ('Ahmed Rezzam', 2), ('Ramzi Bin Al-Shibh', 10), ('Mohamed Atta', 22), ('Tarek Maaroufi', 6), ('Imad E. B. Yarkas', 4), ('Haydar Abu Doha', 3), ('Mehdi Khammoun', 3), ('Essid S. B. Khemais', 11), ('Mohamed Bensakhria', 4), ('Lased Ben Heni', 2), ('Essoussi Laaroussi', 2), ('Seifallah ben Hassine', 2), ('Fahid al Shakri', 1), ('Madjid Sahoune', 1), ('Samir Kishk', 1), ('Mohammed Belfas', 2), ('Agus Budiman', 4), ('Mounir El Motassadeq', 5), ('Zakariya Essabar', 5), ('Said Bahaji', 7), ('Ziad Jarrah', 10), ('Marwan Al-Shehhi', 18), ('Abdelghani Mzoudi', 1), ('Ahmed K. S. Al-Ani', 1), ('Mustafa Ahmed al-Hisawi', 4), ('Fayez Ahmed', 8), ('Waleed Alshehri', 6), ('Mahmud M. Salim', 1), ('Mamoun Darkazanli', 4), ('Ahmed Al Haznawi', 4), ('Lofti Raissi', 5), ('Hani Hanjour', 13), ('Salem Alhazmi*', 8), ('Wail Alshehri', 6), ('Abdul Aziz Al-Omari*', 9), ('Satam Suqami', 8), ('Hamza Alghamdi', 7), ('Mohand Alshehri*', 2), ('Nawaf Alhazmi', 11), ('Ahmed Alghamdi', 5), ('Nabil al-Marabh', 4), ('Raed Hijazi', 3), ('Ahmed Alnami', 3), ('Saeed Alghamdi*', 6), ('Rayed M. Abdullah', 4), ('Majed Moqed', 4), ('Khalid Al-Mihdhar', 6), ('Bandar Alhazmi', 2), ('Faisal Al Salmi', 2), ('Osama Awadallah', 3), ('Abdussattar Shaikh', 3), ('Mohamed Abdi', 1)]
```

---

## Prilog 4

Prilog sadrži funkciju koje smo pozivali nakon unosa mreže i ispisuje svojstvenu vrijednost svakog vrha:

---

```
centrality = nx.eigenvector_centrality_numpy(G)
print('eigenvector_centrality :', centrality)
```

---

ispis: eigenvector centrality:

```
'Abu Zubeida': 0.001958969944141005, 'Djamal Beghal': 0.01702223016249088, 'Jean-
Maro Grandvisir': 0.0019589699441410176, 'Nizar Trabelsi': 0.0019589699441410115,
'Abu Walid': 0.006306440640269534, 'Kamel Daoudi': 0.01395739677863045, 'Abu
Qatada': 0.02381941906048869, 'Jerome Courtaillier': 0.014469939678462631, 'Za-
carias Moussaoui': 0.08348248479317912, 'David Courtaillier': 0.011272662492751181,
'Ahmed Ressam': 0.010644399007262158, 'Ramzi Bin Al-Shibh': 0.2232000652881143,
'Mohamed Atta': 0.41102474691548363, 'Tarek Maaroufi': 0.021913210778010592,
'Imad E. B. Yarkas': 0.07825156748206952, 'Haydar Abu Doha': 0.009010720824866541,
'Mehdi Khammoun': 0.0090713846219, 'Essid S. B. Khemais': 0.05858177487570745,
'Mohamed Bensakhria': 0.011232193463105061, 'Lased Ben Heni': 0.008034403503620162,
'Essoussi Laaroussi': 0.00926360741480076, 'Seifallah ben Hassine': 0.00926360741480075,
'Fahid al Shakri': 0.0067417685673657295, 'Madjid Sahoune': 0.0067417685673657225,
'Samir Kishk': 0.006741768567365737, 'Mohammed Belfas': 0.0398901343393722,
'Agus Budiman': 0.12342038693899553, 'Mounir El Motassadeq': 0.17191133329962918,
'Zakariya Essabar': 0.17191133329962918, 'Said Bahaji': 0.2018248133766287, 'Ziad
Jarrah': 0.2594214791909105, 'Marwan Al-Shehhi': 0.3983314375900347, 'Abdelg-
hani Mzoudi': 0.04730197616995307, 'Ahmed K. S. Al-Ani': 0.047301976169953054,
'Mustafa Ahmed al-Hisawi': 0.13403241927655946, 'Fayez Ahmed': 0.20063178645489277,
'Waleed Alshehri': 0.1546703725658849, 'Mahmud M. Salim': 0.013571935876249937,
'Mamoun Darkazanli': 0.11793167982339596, 'Ahmed Al Haznawi': 0.09325400450073269,
'Lofti Raissi': 0.15786649805356986, 'Hani Hanjour': 0.24822432793525312, 'Sa-
lem Alhazmi*': 0.17666271086782903, 'Wail Alshehri': 0.18325758736547626, 'Ab-
dul Aziz Al-Omari*': 0.23673061089366929, 'Satam Suqami': 0.19100547740260207,
'Hamza Alghamdi': 0.0975247664202125, 'Mohand Alshehri*': 0.034312761615576316,
'Nawaf Alhazmi': 0.14367433686792844, 'Ahmed Alghamdi': 0.09323329424793136,
'Nabil al-Marabh': 0.04234829436857073, 'Raed Hijazi': 0.03272394022017841, 'Ah-
med Alnami': 0.033626804797666575, 'Saeed Alghamdi*': 0.05099691156497366,
```

'Rayed M. Abdullah': 0.05475966956757092, 'Majed Moqed': 0.07472460597462431,  
'Khalid Al-Mihdhar': 0.08074896495253835, 'Bandar Alhazmi': 0.034868318604433415,  
'Faisal Al Salmi': 0.034868318604433436, 'Osama Awadallah': 0.02918614540666436,  
'Abdussattar Shaikh': 0.029186145406664362, 'Mohamed Abdi': 0.016534479030183548

---

## Prilog 5

Prilog sadrži funkciju koje smo pozivali nakon unosa mreže i ispisuje Katzovu centralnost svakog vrha:

---

```
katz = nx.katz_centrality(G)
print('katz:',katz)
```

---

```
ispis: katz:
'Abu Zubeida': 0.030746485249593055, 'Djamal Beghal': 0.0656194288546887, 'Jean-
Maro Grandvisir': 0.030746485249593055, 'Nizar Trabelsi': 0.030746485249593055,
'Abu Walid': 0.042141185067054984, 'Kamel Daoudi': 0.0515627260447487, 'Abu
Qatada': 0.06238428240232806, 'Jerome Courtaillier': 0.05143958777282304, 'Zaca-
rias Moussaoui': 0.11458166346226147, 'David Courtaillier': 0.040786665286939014,
'Ahmed Ressam': 0.0399474397342319, 'Ramzi Bin Al-Shibh': 0.21193059291217334,
'Mohamed Atta': 0.38030068060195793, 'Tarek Maaroufi': 0.0636446315656984,
'Imad E. B. Yarkas': 0.09601054308547984, 'Haydar Abu Doha': 0.0430473307612543,
'Mehdi Khammoun': 0.043904566480056306, 'Essid S. B. Khemais': 0.1047758944193014,
'Mohamed Bensakhria': 0.04937703278439392, 'Lased Ben Heni': 0.03959983364895483,
'Essoussi Laaroussi': 0.041026593236641797, 'Seifallah ben Hassine': 0.041026593236641797,
'Fahid al Shakri': 0.034662130675946756, 'Madjid Sahoune': 0.034662130675946756,
'Samir Kishk': 0.034662130675946756, 'Mohammed Belfas': 0.05785815306716819,
'Agus Budiman': 0.12480560374423522, 'Mounir El Motassadeq': 0.1614983899885642,
'Zakariya Essabar': 0.1614983899885642, 'Said Bahaji': 0.18710342794206294, 'Ziad
Jarrah': 0.23768270214563275, 'Marwan Al-Shehhi': 0.35612147421593426, 'Abdel-
ghani Mzoudi': 0.062214599710409886, 'Ahmed K. S. Al-Ani': 0.062214599710409886,
'Mustafa Ahmed al-Hisawi': 0.1316545348721365, 'Fayez Ahmed': 0.18891636886112811,
'Waleed Alshehri': 0.1493617134719553, 'Mahmud M. Salim': 0.03620024943826863,
'Mamoun Darkazanli': 0.12015709818123796, 'Ahmed Al Haznawi': 0.10439284883494103,
'Lofti Raissi': 0.1533016622129836, 'Hani Hanjour': 0.24215797517021542, 'Salem
Alhazmi*': 0.17667676429512885, 'Wail Alshehri': 0.1719659023976173, 'Abdul Aziz
Al-Omari*': 0.21985514310968696, 'Satam Suqami': 0.1832586484572208, 'Hamza
Alghamdi': 0.11724465673759377, 'Mohand Alshehri*': 0.0548006372792537, 'Nawaf
Alhazmi': 0.1650642855206263, 'Ahmed Alghamdi': 0.10794703471660165, 'Nabil
al-Marabh': 0.06685524094021864, 'Raed Hijazi': 0.05736498402258633, 'Ahmed Al-
nami': 0.06058448909533028, 'Saeed Alghamdi*': 0.08169059988044891, 'Rayed M.
```

Abdullah': 0.07490873474225843, 'Majed Moqed': 0.0928943903567149, 'Khalid Al-Mihdhar': 0.10319962687482712, 'Bandar Alhazmi': 0.055891205579358644, 'Faisal Al Salmi': 0.055891205579358644, 'Osama Awadallah': 0.05667880796697071, 'Abdussattar Shaikh': 0.05667880796697071, 'Mohamed Abdi': 0.04069096747220048

---

## Prilog 6

Prilog sadrži funkciju koje smo pozivali nakon unosa mreže i ispisuje međupoloženost svakog vrha:

---

```
BC = nx.betweenness_centrality(G,normalized=False)
print('BC:',BC)
```

---

ispis:

```
BC: 'Abu Zubeida': 0.0, 'Djamal Beghal': 192.43333333333337, 'Jean-Marco Grandvisir': 0.0, 'Nizar Trabelsi': 0.0, 'Abu Walid': 1.6166666666666667, 'Kamel Daoudi': 11.566666666666666, 'Abu Qatada': 78.38333333333334, 'Jerome Courtaillier': 2.9000000000000004, 'Zacarias Moussaoui': 425.28333333333336, 'David Courtaillier': 0.0, 'Ahmed Ressay': 13.083333333333332, 'Ramzi Bin Al-Shibh': 89.55549450549448, 'Mohamed Atta': 1077.6891303141304, 'Tarek Maaroufi': 61.5, 'Imad E. B. Yarkas': 53.443223443223445, 'Haydar Abu Doha': 12.5, 'Mehdi Khammoun': 1.0, 'Essid S. B. Khemais': 460.97344322344327, 'Mohamed Bensakhria': 6.5, 'Lased Ben Heni': 0.0, 'Essoussi Laaroussi': 0.0, 'Seifallah ben Hassine': 0.0, 'Fahid al Shakri': 0.0, 'Madjid Sahoune': 0.0, 'Samir Kishk': 0.0, 'Mohammed Belfas': 0.0, 'Agus Budiman': 18.957142857142852, 'Mounir El Motassadeq': 0.0, 'Zakariya Essabar': 0.0, 'Said Bahaji': 3.2666666666666666, 'Ziad Jarrah': 30.302453102453093, 'Marwan Al-Shehhi': 162.34978077478075, 'Abdelghani Mzoudi': 0.0, 'Ahmed K. S. Al-Ani': 0.0, 'Mustafa Ahmed al-Hisawi': 4.46106116106116, 'Fayez Ahmed': 47.07495004995005, 'Waleed Alshehri': 1.3250000000000002, 'Mahmud M. Salim': 0.0, 'Mamoun Darkazanli': 60.00000000000001, 'Ahmed Al Haznawi': 29.535064935064934, 'Lofti Raissi': 21.76601731601731, 'Hani Hanjour': 229.73571428571427, 'Salem Alhazmi*': 22.286255411255414, 'Wail Alshehri': 4.46106116106116, 'Abdul Aziz Al-Omari*': 43.4481462981463, 'Satam Suqami': 77.33147963147962, 'Hamza Alghamdi': 42.82189754689755, 'Mohand Alshehri*': 1.0, 'Nawaf Alhazmi': 296.1984487734488, 'Ahmed Alghamdi': 9.556782106782107, 'Nabil al-Marabh': 3.936111111111111, 'Raed Hijazi': 1.3666666666666667, 'Ahmed Alnami': 0.0, 'Saeed Alghamdi*': 23.758008658008652, 'Rayed M. Abdullah': 1.5, 'Majed Moqed': 0.0, 'Khalid Al-Mihdhar': 10.133333333333333, 'Bandar Alhazmi': 0.0, 'Faisal Al Salmi': 0.0, 'Osama Awadallah': 0.0, 'Abdussattar Shaikh': 0.0, 'Mohamed Abdi': 0.0
```

---

## Prilog 7

Prilog sadrži funkciju koje smo pozivali nakon unosa mreže i ispisuje lokalni koeficijent zatvorenosti svakog vrha:

---

```
clustering = nx.clustering(G)
print('clustering:',clustering)
```

---

ispis:

```
clustering: 'Abu Zubeida': 0, 'Djamal Beghal': 0.21428571428571427, 'Jean-Marco Grandvisir': 0, 'Nizar Trabelsi': 0, 'Abu Walid': 0.6666666666666666, 'Kamel Daoudi': 0.6666666666666666, 'Abu Qatada': 0.3, 'Jerome Courtaillier': 0.6666666666, 'Zacarias Moussaoui': 0.21428571428571427, 'David Courtaillier': 1.0, 'Ahmed Ressay': 0, 'Ramzi Bin Al-Shibh': 0.4222222, 'Mohamed Atta': 0.17316017316017315, 'Tarek Maaroufi': 0.26666666666666666, 'Imad E. B. Yarkas': 0.3333333333333333, 'Haydar Abu Doha': 0.3333333333333333, 'Mehdi Khammoun': 0.6666666666666666, 'Essid S. B. Khemais': 0.10909090909090909, 'Mohamed Bensakhria': 0.5, 'Lased Ben Heni': 1.0, 'Essoussi Laaroussi': 1.0, 'Seifallah ben Hassine': 1.0, 'Fahid al Shakri': 0, 'Madjid Sahoune': 0, 'Samir Kishk': 0, 'Mohammed Belfas': 1.0, 'Agus Budiman': 0.6666666666666666, 'Mounir El Motassadeq': 1.0, 'Zakariya Essabar': 1.0, 'Said Bahaji': 0.7619047619047619, 'Ziad Jarrah': 0.4888888888888889, 'Marwan Al-Shehhi': 0.2875816993464052, 'Abdelghani Mzoudi': 0, 'Ahmed K. S. Al-Ani': 0, 'Mustafa Ahmed al-Hisawi': 0.8333333333333334, 'Fayez Ahmed': 0.6071428571428571, 'Waleed Alshehri': 0.8, 'Mahmud M. Salim': 0, 'Mamoun Darkazanli': 0.5, 'Ahmed Al Haznawi': 0.16666666666666666, 'Lofti Raissi': 0.7, 'Hani Hanjour': 0.2948717948717949, 'Salem Alhazmi*': 0.4642857142857143, 'Wail Alshehri': 0.9333333333333333, 'Abdul Aziz Al-Omari*': 0.5555555555555556, 'Satam Suqami': 0.5357142857142857, 'Hamza Alghamdi': 0.19047619047619047, 'Mohand Alshehri*': 0, 'Nawaf Alhazmi': 0.23636363636363636, 'Ahmed Alghamdi': 0.4, 'Nabil al-Marabh': 0.3333333333333333, 'Raed Hijazi': 0.6666666666666666, 'Ahmed Alnami': 1.0, 'Saeed Alghamdi*': 0.3333333333333333, 'Rayed M. Abdullah': 0.5, 'Majed Moqed': 1.0, 'Khalid Al-Mihdhar': 0.6, 'Bandar Alhazmi': 1.0, 'Faisal Al Salmi': 1.0, 'Osama Awadallah': 1.0, 'Abdussattar Shaikh': 1.0, 'Mohamed Abdi': 0
```

---

## Sažetak i ključne riječi

**Sažetak.** Glavna tema ovog rada je primjena teorije grafova, konkretno, mjera centralnosti u stvarnom događaju. Traženje ključnih vrhova (osoba) u nekoj mreži može poslužiti za prenošenje bitnih informacija. U ovakvim slučajevima, ključno je naći nekoliko bitnih osoba te njihovim ometanjem usporiti, a možda i prekinuti, njihove namjere.

U prvom poglavlju smo se upoznali s teorijom grafova i osnovnim pojmovima. Dotaknuli smo se nekih specijalnih tipova grafova te njihovih matrica koje koristimo pri analizi nekih svojstava.

Drugo poglavlje nas upoznaje sa društvenim aspektom terorističke grupacije i nekoliko primjera za bolje razumijevanje.

Treće poglavlje opisuje metode centralnosti te objašnjava postupak kojim dolazimo do utjecajnog vrha. Priložili smo rezultate konkretne mreže kako bi sve bilo vidljivije. Također smo komentirali što se događa s mrežom nakon uklanjanje jedne ili dvije osobe pronađene na ovakav način.

Naposlijetku, posljednje poglavlje obuhvaća sve rezultate i ističe nekoliko bitnih imena koja su se poklopila sa istragama napada 9/11.

**ključne riječi:** kompleksna mreža, graf, mjera centralnosti, stupanj vrha, svojstvena centralnost, Katzova centralnost, međupoloženost.



## Summary

**Summary.** Main subject of this paper is graph theory in real life, concretely, centrality measures in real terrorist attack. Searching main nodes (persons) can improve sending crucial information through the network. In this cases, it is important to find few persons and with obstruction we can slow, or even more, stop their intentions.

In the first chapter we meet graph theory and basic terms. Every graph has it's own neighborhood matrix which is used in the analysis of networks.

Second chapter introduces us with social aspects of terrorist groups and we present several examples.

Third chapter describes each centrality measure and explains the procedure of finding the most important nodes. For terrorist network 9/11, there are concrete results. We investigate what happens with the network after we found and remove one or two people in this way.

In the end we mention the persons that our centrality proved to be the most important. Some of the names are shown as the most important for the attack and they were important for this attack in real life as well.

**keywords:** complex network, graph, centrality measure, node degree, eigenvector centrality, Katz centrality, betweenness centrality.

## Životopis

Rođena sam 8. svibnja 1994. godine u Osijeku. Godine 2008. sam završila Osnovnu školu Bratoljuba Klaića u Bizovcu te sam se upisala u Gaudeamus, prvu privatnu srednju školu u Osijeku s pravom javnosti. Tijekom srednje škole sudjelovala sam na natjecanjima iz streljaštva, šaha i matematike.

Godine 2012. upisala sam preddiplomski studij matematike na Odjelu za matematiku u Osijeku, a 2014. se prebacujem na Sveučilišni nastavnički studij matematike i informatike na istom fakultetu. Tijekom studija sam nastavila igrati šah. Sudjelovala sam na nekoliko natjecanja, a najponosnija sam na sudjelovanje na Europskim sveučilišnim igrama, održanim u Zagrebu. Uz igranje šaha, razbi-briga mi je volontiranje s mladima. Sudjelovala sam u projektu „Pomoć u učenju dostupna je i meni!“, gdje sam pomagala osnovnoškolcima savladati gradivo matematike. Nadalje, u suradnji s Odjelom za fiziku, organizirali smo radionicu za učenike osnovnih škola na temu ”Sunčev sustav”. Trenutno volontiram na Zavodu za dječju i adolescentnu psihijatriju u Osijeku.

Tokom studiranja sam dobila posebnu motivaciju za programiranje pa sam se 2018. godine prijavila na volontersku praksu u tvrtki Atos (bivši Siemens). Od te godine radim za njih kao student, prolazim razne edukacije u području podatkovnih znanosti te se nadam nastavku suradnje s Atosom i nakon završetka studija.

