Statistika u nastavi matematike - statistička istraživanja i izazovi sa kojima se susreću nastavnici

Baran, Anita

Master's thesis / Diplomski rad

2017

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **Josip Juraj Strossmayer University of Osijek, Department of Mathematics / Sveučilište Josipa Jurja Strossmayera u Osijeku, Odjel za matematiku**

Permanent link / Trajna poveznica: https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:126:563981

Rights / Prava: In copyright / Zaštićeno autorskim pravom.

Download date / Datum preuzimanja: **2024-03-28**



Repository / Repozitorij:

Repository of School of Applied Mathematics and Computer Science







Sveučilište J. J. Strossmayera u Osijeku

Odjel za matematiku

Anita Baran

Statistika u nastavi matematike - statistička istraživanja i izazovi s kojima se susreću nastavnici

Diplomski rad

Osijek, 2017.

Sveučilište J. J. Strossmayera u Osijeku

Odjel za matematiku

Anita Baran

Statistika u nastavi matematike - statistička istraživanja i izazovi s kojima se susreću nastavnici

Diplomski rad

mentor: doc. dr. sc. Ljerka Jukić Matić

Osijek, 2017.

Sadržaj

1 Uvod **1**

2 Matematika i statistika **2**

3 Statistika u nastavi matematike **6**
3.1 Statistika u osnovnoj školi 6
3.2 Statistika u srednjoj školi 8

4 Statistika pomoću riječi i brojeva **10**
4.1 Opisivanje riječima i brojevima 10
4.2 Uspoređivanje riječima i brojevima 13
4.3 Veza između riječi i brojeva 17

5 Prikupljanje podataka **20**

6 Izazovi u učenju i poučavanju statistike **22**

7 Poučavanje statistike kroz primjere **24**

8 Zaključak **34**

9 Sažetak **35**

10 Summary **36**

11 Životopis **38**

1 Uvod

Statističko razmišljanje će jednog dana biti potrebno i bitno kao što su sposobnost čitanja i pisanja. (H.G.Wells, 1865, citirano u Weaveru, 1952)

Statistika je metodološko područje. Ona ne postoji za sebe, već da ponudi drugim područjima podučavanja skup ideja i alata za obradu podataka. Termin "rad s podacima" se ponekad poistovjećuje sa statistikom.

Statistiku koristimo i kada donosimo neke odluke. Koristimo ju da bi razumjeli svijet oko sebe. Mnoge bitne odluke koje utječu na živote svega na ovom planetu imaju statističku osnovu ili opravdanje, a pojmovi i metode koje učimo iz statistike su bitni kako bi razumjeli te odluke.

Kroz rad se protežu mnoge aktivnosti koje se mogu koristiti pri podučavanju statistike.

Problemi vezani uz podučavanje statistike su opsežni i ne možemo ih sve obuhvatit ovim diplomskim radom, promatramo samo mali dio vezan uz njih.

2 Matematika i statistika

Jasno je da matematika i statistika dijele određene značajke, uključujući upotrebu mjerenja, brojeva, računanja i crtanja grafikona. Međutim, postoje određene važne filozofske razlike između načina na koji matematičari i statističari vide svijet, vrste pitanja koje postavljaju i što za njih predstavlja odgovor na pojedino pitanje.

Aktivnost 1

Treba sortirati sljedeće riječi u dvije kategorije - one za koje se smatra da se odnose na statističko mišljenje i one koje su više matematičkog karaktera: nepouzdanost, oduzimanje, zaključivanje, preciznost, dokaz, aproksimacija, mišljenje, činjenica, logika.

Imajući u vidu klasifikaciju koju je moguće napraviti, kako bi mogli opisati statistiku i matematiku?

Razumna klasifikacija bi mogla biti sljedeća:

- *statističke* riječi: nepouzdanost, zaključivanje, aproksimacija, mišljenje
- *matematičke* riječi: oduzimanje, preciznost, dokaz, činjenica, logika

I neka druga klasifikacija ovih pojmova ukazala bi na određene temeljne razlike u načinu na koji statističari i matematičari vide svijet. Matematičari često koriste logičko zaključivanje u obliku 'ako..., onda...'. Dio izjave 'ako' je neupitna istina - to je dano u pravilima matematike. Izazov za matematičara je, postupkom zaključivanja, doći od određenih zaključaka, dokazati da je nešto istina (ili nije). Čista matematika je zatvoreni svijet kojim upravljaju poznata pravila i činjenice koje omogućuju postizanje apsolutnih istina, čak i ako se takve istine mogu primijeniti isključivo u tom svijetu aksioma i ideja.

To je u suprotnosti sa životom statističara, gdje se pitanja postavljaju u neurednom, nepredvidljivom stvarnom svijetu, gdje činjenice nikad nisu sigurne i gdje postoji velika neizvjesnost oko različitih mogućih utjecaja. Mjerenja su ograničene točnosti i ona mogu predstavljati nečije mišljenje, ali ne nešto što se smatra pravilom. Odluke se obično izvode (a ne zaključuju) na temelju najvjerojatnijeg objašnjenja ili ishoda. Kao što je citiran E. W. Howe, u statistici, "razumna vjerojatnost je jedina sigurnost".

Sljedeći navodi govore o tome kako se statistika obično promatra i kako se može razlikovati od matematike.

"Svi modeli nisu u redu, ali su neki korisni." (George Box)

"U matematici kontekst strukturu čini nejasnom. U analizi podataka, kontekst daje značenje." (američki profesor matematike George Cobb)

"Matematički teoremi su istiniti; statističke metode su ponekad učinkovite, kada se vješto koriste." (David Moore[1])

Nekoliko argumenata zašto se statistika podučava unutar matematike.

- Vjerojatno je da većina nastavnika matematike bolje razumije statističke ideje od učitelja drugih predmeta i stoga su oni stručniji za pružanje jasnih i povezanih osnova statistike.
- Postoji snažna povezanost između većeg dijela nastavnog programa matematike i statistike, posebno u područjima rješavanja problema, mjerenja i aritmetike.
- Nastavnici matematike mogu imati bolje predispozicije za objašnjavanje razloga učenja statistike, na temelju njihove stručne spreme i interesa u kvantitativnim pitanjima. Ako se budućnost podučavanja statistike prepusti drugim stručnjacima, koji imaju vlastiti nastavni plan i program, jednostavno se ne može obraditi svo gradivo.
- Konačno, postoji problem cjelokupne ravnoteže onoga što bi se prihvatilo kao nastavni plan, bez obzira na to tko bi ga podučavao. Moguće je da će se previdjeti određene važne teme (na primjer, korištenje statističkih podataka u farmaceutskoj industriji za razvoj novih lijekova se ne bi uklapalo ni u jedan standardni školski predmet). Od srednjoškolskih progama u RH, programi za medicinske sestre sadrže baš deskriptivnu statistiku[2] u kojoj se koriste upravo oni podaci s kojima se susreću medicinske sestre u svojoj praksi.

Aktivnost 2 Primjer iz deskriptivne statistike.

Svaki čovjek prema spolu pripada jednoj od dvije kategorije (ženskom spolu (Ž) ili muškom spolu (M)), a prema tipu svoje krvne grupe jednoj od četiri kategorije (A, B, AB ili 0). Tablica 1 sadrži podatke o spolu i tipu krvne grupe za deset ispitanika iz nekog medicinskog istraživanja.

[1]David Sheldon Moore je američki statističar koji je poznat po svom vodstvu u statistici obrazovanja već desetljećima.

[2]Deskriptivna statistika se bavi uređivanjem prikupljenih, empirijskih podataka, njihovim grafičkim prikazivanjem i opisivanjem pomoću numeričkih vrijednosti: prosjek, standardna devijacija, korelacijski koeficijent,...

ispitanik	spol	krvna grupa
1	Ž	A
2	Ž	B
3	M	0
4	Ž	0
5	M	AB
6	M	B
7	Ž	B
8	M	A
9	Ž	AB
10	Ž	A

Tablica 1: Tablični prikaz podataka o spolu i krvnoj grupi.

Iz tablice 1 vidimo da za svakog ispitanika iz promatranog uzorka vrijednost varijable spol pripada kategoriji M ili kategoriji Ž, a vrijednost varijable krvna grupa jednoj od kategorija A, B, AB ili 0. Prema tome, varijable spol i krvna grupa su kvalitativne varijable. Informacije koje je moguće dobiti iz prethodne tablice vezane su uz zastupljenost pojedine kategorije u promatranom uzorku. Tako je npr. moguće dobiti odgovore na sljedeća i slična pitanja:

Koliko ispitanika ženskog spola ima u promatranom uzorku?

Koliki je postotak ispitanika s krvnom grupom 0 u promatranom uzorku?

Koliko ispitanika ženskog spola iz promatranog uzorka ima krvnu grupu A?

Koliki postotak od ispitanika muškog spola iz promatranog uzorka ima krvnu grupu B ili AB?

Mnoge teme koje na prvi pogled izgledaju jednako u matematici i statistici zapravo zahtijevaju sasvim drugačiji način razmišljanja. Kod sljedećih tema se vidi različitost osnovnih statističkih ideja sa matematikom.

1. **Podaci**: Podaci se u matematici obično koriste u kontekstu "vizualizacije brojeva" i kod proučavanja funkcija, rijetko se gleda njihov širi kontekst. Mjeri se standardnim veličinama i često se ne gleda moguća greška.

2. **Varijacija**: Varijacija se razlikuje u matematici i statistici. Matematika se u školi često poučava vrlo precizno. U statistici se gleda, kako izmjeriti i kontrolirati varijabilnost. Podaci u statistici su kontekstualni, oni sadrže neizvjesnost i pogrešku, dok se za mnoge podatke u matematici pretpostavlja da savršeno odgovaraju nekom matematičkom modelu.

3. **Distribucija**: Distribucija je razvijena samo u kontekstu statistike pa ne utječe na koncepte koji se uče iz matematike.

4. **Prikazivanje podataka**: Statistika i matematika se razlikuju u pristupu prikazivanja podataka na nekoliko načina, uključujući sljedeće: većina statističara započinje s grafom dok matematičari rade s podacima bez obraćanja pažnje njihovom vizualnom prikazu; u statistici se koriste različiti grafikoni kako bi identificirali različite odnose među podacima, a u matematici se isti podaci prikazuju na više različitih načina (tablicama, grafikonima i simbolima).

5. **Udruživanje i modeliranje odnosa između dvije varijable**: Kartezijev koordinatni sustav se najčešće koristi u matematici, i to za crtanje grafa funkcije. Kad nastavnici matematike rade s podacima, često ne obraćaju pažnju na statističke poglede. Kod prikupljanja podataka nema razlike između stvarnih situacija i matematičkih modela, niti se matematički rezultati uspoređuju s empirijskim podacima. U nekim modelima nema potrebe za statističkim pogledom, na primjer, kod računanja ostatka.

6. **Vjerojatnosni modeli za procese stvaranja podataka**: Crtanje slučajnog uzorka iz populacijskih podataka i varijacija uzoraka, mogu se modelirati vjerojatnosnim modelom. Učenje vjerojatnosti mora sadržavati dosta primjera u kojima način na koji se prikazuju podaci igra važnu ulogu. Uzorci se uglavnom uzimaju slučajnim odabirom neke grupe ljudi, a taj se dio često zanemaruje kada se u matematici koristi vjerojatnost i tada sve naučeno iz statistike gubi smisao.

7. **Uzimanje uzorka i zaključivanje**: Ono što je u statistici važno je kako se mijenja varijacija s obzirom na veličinu uzorka koji se uzima. Postotak se u matematici često upotrebljava u jednostavnom kontekstu gdje su dane napomene, a jedinice su jasne i konstantne. Pažljivi statistički podaci o pogrešci i intervalima pouzdanosti u matematici su zamijenjeni pojednostavljenim zaključcima o uzorku iz populacije uz pretpostavku savršenog proporcionalnog odnosa. Zanemarujući nepouzdanost i varijabilnost, rezultati uzoraka se u mnogim slučajevima prikazuju procjenom po točkama, a ne procjenom po intervalima. Pripremiti učenike da statistički razmišljaju, zahtjeva od nastavnika matematike da jasno kaže koja je razlika kada promatramo podatke uzimajući u obzir statističko gledište.

U matematici je jasno u što vjerujemo, zaključci proizlaze izravno iz definicija i dogovorenih pravila dok je u statistici sve neizvjesno. Koliko ćemo vjerovati statističkom zaključku, ovisi o cijelom postupku istraživanja, dok smo u matematici sigurni da je nešto istina jer je isto dokazano. Način na koji su prikupljeni podaci, u statistici određuje kako će se podaci interpretirati, a u matematici je obrazloženje neovisno o tome. Međutim, kako bi opravdali valjanost matematičkih modela, češće koristimo statističko mišljenje, nego argumentiranje koje je karakteristično za matematiku.

3 Statistika u nastavi matematike

Povezivanje matematike sa drugim područjima i predmetima, u potpunosti zaokružuje svoju svrhu u njenom učenju i podučavanju. Matematika se uči i podučava na primjerima iz svakodnevnog života te na problemima koji se javljaju u drugim znanostima, kao što se i većina matematičkih koncepata izgradila upravo potrebom rješavanja raznih životnih problema. Koristeći se tehnologijom, matematika osigurava alate za opisivanje i analizu ideja u svim područjima ljudske djelatnosti. Učenici se proučavajući razne društvene, geografske i povijesne pojave koriste različitim prikazima, provode istraživanja i analize te objašnjavaju statističke i druge podatke iz raznih izvora. Sve to pridonosi kritičkom razmišljanju i mišljenju učenika te njihovom razumijevanju i predviđanju društvenih promjena.

U tradicionalnoj nastavi statistika se obrađuje na način da se odmah na prvom satu govori o podacima i o razlici između tipova podataka (kvalitativnih i numeričkih[3]). U sljedećoj nastavnoj jedinici se ti podaci prikazuju pomoću grafikona. Tu se vidi razlika između podataka jer se kvalitativni podaci prikazuju pomoću kružnog i stupčastog grafikona, a numerički pomoću histograma i točkastog grafikona. Nakon toga, učenici koriste podatke dok uče različite statističke postupke. Mnogi učenici kad završe s predavanjima iz statistike, ne pitaju na koji način su došli do podataka s kojima su radili i ne razumiju kako su podaci prikupljeni, na koji način su povezani s metodama analize podataka i zaključcima koji su izvedeni iz analize.

Prije nekoliko godina, ovo se počelo mijenjati, pa sada sve više udžbenika uključuje poglavlja o prikupljanju podataka i metodama za prikazivanje podataka. Današnje preporuke kurikuluma[4] potiču na proučavanje ove teme i njenu integraciju u nastavu. Istraživanje podataka uključuje raspravu o tome za što su prikupljeni podaci i na koji način su prikupljeni.

3.1 Statistika u osnovnoj školi

Nastavni plan i program po kojem se radi u osnovnim školama je iz 2006. godine. Statistika se obrađuje u sklopu nastave matematike, u nastavnoj temi "Prikazivanje i analiza podataka" koja se pojavljuje u 7. razredu osnovne škole. Učenici nakon ove obrađene cjeline moraju moći prepoznati obilježje skupa objekata, određivati vrijednosti tog obilježja; prikazivati prikupljene podatke sa tim obilježjem s pomoću tablice frekvencija i relativnih frekvencija te grafički s pomoću stupčastoga dijagrama i kružnoga dijagrama; izračunavati aritmetičku sredinu podataka te interpretirati dobivene podatke.

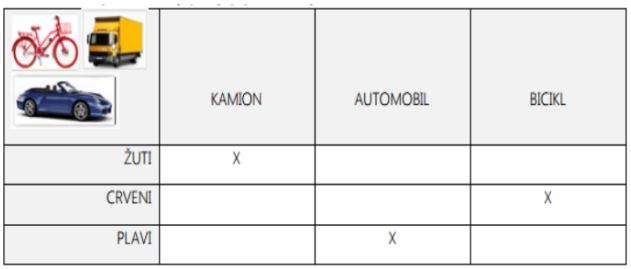
[3]Kvalitativne varijable primaju vrijednosti koje su razvrstane u kategorije, a numeričke su diskretne i neprekidne.

[4]Nacionalni okvirni kurikulum predstavlja osnovne sastavnice predškolskog, općeg i srednjoškolskog odgoja i obrazovanja te uključuje odgoj i obrazovanje djece s posebnim potrebama.

Prošle, 2016., godine je izrađen prijedlog promjena nastavnog plana i programa za osnovnu i srednju školu. Prema prijedlogu za matematiku, statistika se obrađuje u domeni[5] "Podaci, statistika i vjerojatnost" već od prvog razreda osnovne škole. Očekivani ishod nakon obrađenog gradiva u prvom razredu je da se učenici znaju služiti podacima i prikazivati ih piktogramima te jednostavnim tablicama. Dijagrame i tablice učenici koriste u različitim nastavnim predmetima i životnim situacijama pa je dobro naučiti služiti se njima. U prvom razredu se koriste samo jednostavni primjeri i podaci koji su učenicima poznati.

Aktivnost 3

Igra asocijacija, prikazana na slici ispod (Slika 1.), može poslužiti kao primjer ili motivacija pri obradi ovog dijela gradiva.



Slika 1: Igra asocijacija.

U drugom razredu osnovne škole, učenici se trebaju znati koristiti podacima iz neposredne okoline i odrediti je li neki događaj moguć ili nemoguć. Na primjer, kroz igru "Čovječe, ne ljuti se", učenici bacanjem kockice uče što je to moguć, a što nemoguć događaj. U trećem razredu, učenici se trebaju znati služiti različitim prikazima podataka. Tablice se mogu upotrebljavati za različite stvari pa ih možemo koristiti i na način da druge nastavne predmete povežemo s matematikom. Bitno je učenicima objasniti što

[5]Postoje dvije istaknute dimenzije matematičkog obrazovanja: matematički procesi i matematički koncepti ili sadržaji. Koncepti su grupirani u nekoliko domena: Brojevi, Algebra i funkcije, Oblik i prostor, Mjerenje i Podaci, statistika i vjerojatnost.

je stupac, što redak, a što ćelija u tablici. U četvrtom razredu učenici bi trebali moći provoditi jednostavna istraživanja i analizirati dobivene podatke te opisivati vjerojatnosti događaja. Svaki dio gradiva se može povezati s nekim drugim predmetom, pa tako u ovom dijelu možemo promatrati rast biljke graha tijekom dva tjedna i bilježiti promjene te na taj način dobiti osjećaj što je to istraživanje i na koji način možemo analizirati dobivene podatke.

U petom razredu, učenici trebaju znati baratati podacima koji su prikazani na različite načine. Ovaj bi ishod bilo korisno ostvariti analizom nekih stvarnih istraživanja kao što su natalitet, mortalitet, padaline, i slično. Ovdje nastavnici i učenici trebaju koristiti programe dinamične geometrije i sve dostupne digitalne materijale. U šestom razredu, učenici trebaju znati prikazivati podatke tablično te linijskim i stupčastim dijagramom frekvencija. Za razliku od sadašnjeg plana i programa, po kojem se svo gradivo iz statistike radi u 7. razredu osnovne škole, vidimo da je prijedlog za promjenu nastavnog plana i programa rasporedio gradivo statistike na cijelu osnovnu školu te da se ona radi detaljnije. U sedmom razredu se očekuje da učenici znaju organizirati i analizirati podatke prikazane dijagramom relativnih frekvencija, a u osmom razredu, učenici trebaju znati računati vjerojatnost događaja i na osnovi te vjerojatnosti donositi odluke te interpretirati podatke koji su prikazani na različite načine.

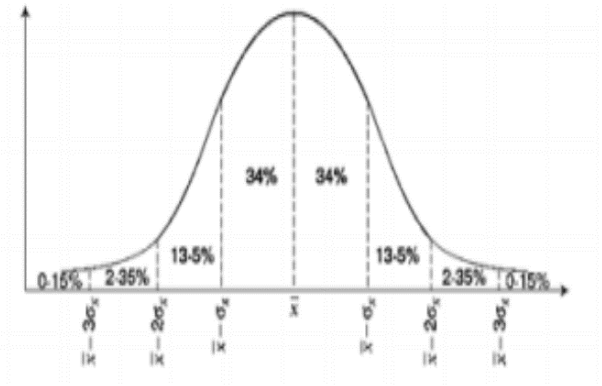
3.2 Statistika u srednjoj školi

Za srednju školu, nastavni plan i program se nije mijenjao od 1994. godine. Statistika se ne obrađuje na redovnoj nastavi. U četvrtom razredu gimnazije, na izbornoj matematici se radi jedan dio statistike koji obuhvaća Bernoullijevu shemu, diskretne slučajne veličine i zakone njihovih razdiobi, normalnu razdiobu, zakon velikih brojeva, očekivanje slučajne razdiobe, sređivanje statističkih podataka, linearnu korelaciju i χ^2 test.

U prijedlogu promjene nastavnog plana i programa za srednju školu, u gimnaziji se statistika također obrađuje u domeni "Podaci, statistika i vjerojatnost". U prvom razredu, učenici trebaju znati baratati podacima koji su prikazani na različite načine te primjenjivati normalnu razdiobu. Podaci se prikazuju tablično, stupčastim dijagramom, dijagramom peteljka - list, linijskim dijagramom itd. Određuju se srednje vrijednosti: mod, medijan, donji i gornji kvartil te standardna devijacija. Aritmetička sredina, mod, medijan, donji i gornji kvartil se prikazuju pomoću kutijastog dijagrama. Crtaju krivulju normalne razdiobe, opisuju razdiobu podataka ispod krivulje i rješavaju probleme s normalnom razdiobom.

Aktivnost 4

Iz sljedećeg dijagrama prikazanog na slici (Slika 2.) treba iščitati podatke ispod krivulje i odgovoriti na postavljena pitanja.



Slika 2: Grafički prikaz normalne razdiobe.

Vrijeme trajanja do kraja napunjene baterije mobitela ravna se po normalnoj distribuciji u kojoj je aritmetička sredina jednaka 2 dana. Ustanovljeno je da je u samo 2.5% mobitela vrijeme trajanja baterije dulje od 2 i pol dana.

a) Kolika je standardna devijacija?

b) Koliko je približno maksimalno vrijeme trajanja baterije?

c) Koliko je približno minimalno vrijeme trajanja baterije?

d) Između kojih bi dvaju vremena trajanja najvjerojatnije bilo vrijeme trajanja baterije nasumično odabranoga mobitela?

U drugom razredu gimnazije, učenici bi trebali moći primjenjivati vjerojatnost. U trećem razredu, učenici trebaju znati rješavati probleme i samostalno birati strategiju za rješavanje problema rabeći kombinatoriku, a u četvrtom argumentirano računati vjerojatnost.

4 Statistika pomoću riječi i brojeva

Tri glavna načina statističkih istraživanja, koja se spominju u ovom radu su opisivanje, uspoređivanje i međusobno povezivanje podataka.

Istraživanja na način da se opisuju podaci obično podrazumijevaju prikupljanje podataka i njihovo prikazivanje na određeni način (pomoću riječi, brojeva ili grafički) kako bi se otkrile njihove značajke. Uspoređivanje podataka je istraživanje koje obično uključuje prikupljanje dva skupa podataka iste vrste i njihovo uspoređivanje, grafički ili sažetim statističkim prikazom podataka. Kod međusobnog povezivanja podataka razmatraju se odnosi između dvije varijable koje mjere različite stvari. Podaci su tada "upareni" (dva popisa brojeva sadrže isti broj vrijednosti).

U tablici 2 su dani primjeri mogućih statističkih istraživanja.

Opisivanje	Koliko su ljudi dobri u procjeni broja grašaka u posudi? Kako se dijele nastavnici u srednjoj školi po godinama?
Uspoređivanje	Jesu li imena djevojaka dulja od imena dječaka? Tko živi duže, muškarci ili žene?
Povezivanje	Jesu li vještine ljudi povezane s njihovim godinama? Mogu li ljudi s duljim nogama brže trčati?

Tablica 2: Tri glavne vrste statističkog istraživanja.

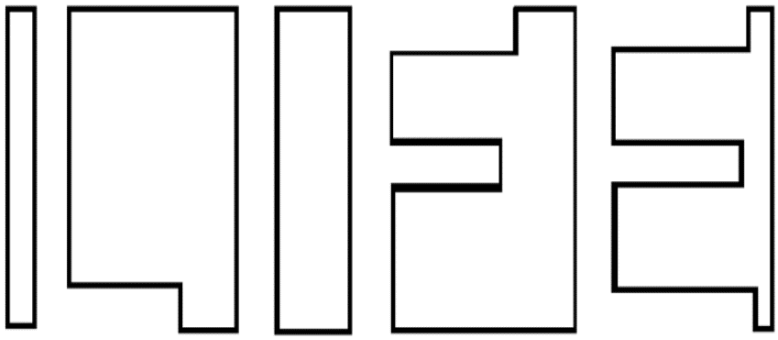
4.1 Opisivanje riječima i brojevima

Opisivanjem ljudi mogu reći kako vide svijet oko sebe. Riječi i brojevi su korisni za stvaranje opisa koje i drugi mogu razumjeti.

Općenito, stvari u prirodi se mogu opisati riječima ili brojevima. Ovo poglavlje istražuje neke sličnosti i razlike između ova dva načina opisivanja.

Aktivnost 5 "Naglasi i zanemari!"

Kada bi sljedeću sliku (Slika 3.) proučavali 20 sekundi, a zatim ju pokušali nacrtati što točnije, nekim ljudima bi to bilo lagano jer imaju dobro oko za oblike. Drugi imaju poteškoća s pamćenjem detalja pa im se dogodi da im se sve pomiješa, na primjer kada pokušavaju zapamtiti oblike koji su slični kao što su u ovom primjeru zadnja dva oblika. Jedan od problema je i što se čini da se oblici sa slike ne mogu povezati u nekakvu cjelinu – ostavljaju dojam da se radi o pet nepovezanih oblika.



Slika 3: (Ne)povezani oblici.

Međutim, kada bi ponovno pogledali sliku i povukli na rubovima vodoravno dvije ravne linije, na vrhu i na dnu, vidjeli bi da prostor između tih oblika tvori riječ ”life”. Sada bi ove oblike nacrtali bez poteškoća.

Dakle, tih pet oblika je ipak povezano. Iskustvo pokazuje da kod većine ljudi, nakon što vide ”širu sliku”, lakše prepoznaju sastavne dijelove. Ova pojava se ponekad naziva ”naglasi i zanemari”. Ona opisuje važan način učenja, pri čemu se, kako bi privukli pozornost učenika na jedan problem, ostala obilježja isključuju. Dio ljudske prirode je da svaki čovjek različito reagira na istu stvar, štoviše, ista osoba različito reagira na iste stvari u različito vrijeme.

Čini se da je informacije teško usvojiti kada svaki novi podatak dolazi zasebno od drugih, nije povezan sa širim kontekstom ili nekom ”velikom idejom”. Poznavanje tih ”velikih ideja” pomaže učenicima u dosljednosti i značenju mnogih činjenica i tehnika koje očekuju da će naučiti pomoću statistike. Svijest o ”velikim idejama” omogućuje da novo naučene tehnike primjenjuju u drugim situacijama u budućnosti, a ne samo jednom kada ih nauče.

”Velike ideje” uključuju:

- mjerenje
- uzimanje uzoraka
- modeliranje

- varijacije
- stvaranje praktičnih zaključaka
- slučajnost
- nepouzdanost

Podaci su ti na kojima se temelji statističko razmišljanje. Kao što je Sherlock Holmes jednom prilikom napomenuo Dr. Watsonu, "Pokušavali ste prije nego ste imali dovoljno podataka, moj prijatelju; ne može se praviti opeka bez slame".

U ovisnosti o individualnoj osobnosti i izobrazbi, svatko vidi svijet na malo drugačiji način. Način na koji umjetnik vidi svijet je taktilan i vizualan, on iskorištava boje, teksture i oblike. Povjesničar se oslanja na stvaranje opisa i analizu prošlih događaja, kako bi dobio uvid u ljudsko ponašanje. Pisac opisuje njezin ili njegov svijet riječima, koristeći metafore, onomatopeje i, povremeno, poeziju. Svaki od ovih načina gledanja svijeta je mjerljiv (vrijedan), a kada se uzimaju zajedno, pružaju bogate, raznolike i komplementarne poglede na ljudske probleme.

Što je onda posebnost statističkog pogleda na svijet? On se temelji na kvantitativnim opisima, gdje se svijet promatra na temelju mjerenja i prebrojavanja, inače poznato kao statistički podaci. Podaci se rijetko skupljaju bez jasnog razloga i svrhe. Tipična pitanja koja mogu potaknuti prikupljanje podataka su oblika, „Koliko velik je A?“ ili „Je li A veći od B (i koliko)?“ ili „Kako je X povezan s Y?“.

Nakon što su podaci prikupljeni, moraju se analizirati kako bi se identificirali zanimljivi ili neočekivani uzorci. Ti uzorci se tada interpretiraju u kontekstu izvornih pitanja koja su pokrenula istragu i prikupljanje podataka.

Sada možemo definirati četiri koraka koja odgovaraju koracima rada statističara. Ukratko, to su:

- postavljanje pitanja
- prikupljanje podataka
- analiza podataka
- interpretiranje rezultata u kontekstu pitanja

Društvena istraživanja i prikupljanje podataka mogu se provoditi na više načina, jedan od njih je pomoću ankete. Takvi podaci mogu biti jako korisni jer daju odgovore na razna pitanja, identificiraju potrebe društva, ali postoje i razni nedostaci i opasnosti kod takvih istraživanja. Pokušava se osigurati da su istraživanja smislena i korisna.

4.2 Uspoređivanje riječima i brojevima

Ponekad je korisno opisati stvari ne samo pojedinačno, nego i u skupinama, što zahtijeva prikupljanje podataka i naknadno sažimanje takvih skupova podataka. Kada se traži usporedba dviju stvari, statistički je pristup prikupljanje podataka za svaku od njih posebno i zatim usporedba dobivenih rezultata.

U pokušaju da shvate svijet oko sebe, ljudi su tražili uzorke i htjeli ih usporediti. To je povezano s razvojem ljudskih osjetila. Već malo dijete se stalno bavi pitanjima kao što su:

- Je li ovo svjetlo blještavije od onog?
- Je li ova površina grublja od one?
- Je li ovaj glas viši od onoga?

Ljudi svaki dan donose odluke tipa "Je li A veći od B?" To se može temeljiti na vizualnim osjetilima ("Imam li dovoljno slobodnog prostora u polici za knjige?"), ali kada razlike nisu lako vidljive okom ili su jako male, potrebno je formalno mjerenje.

Aktivnost 6 Istraživanje o nečem nejasnom i suptilnom - ljudskoj intuiciji.

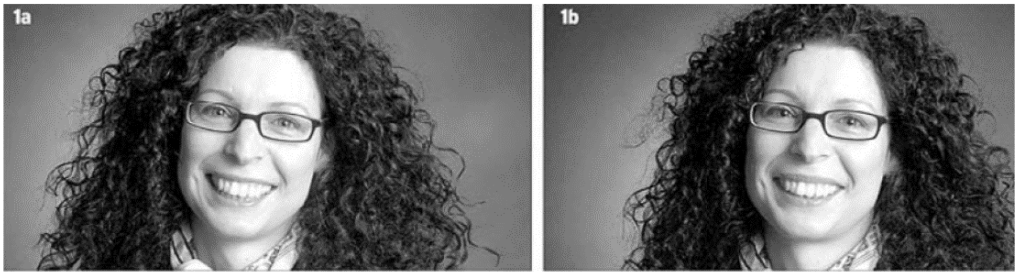
Postavljanje pitanja

Mnogi statistički projekti koji se rade u školama, kao što su prometna istraživanja, započinju s korakom prikupljanja podataka. Problem s kojim se tada susreću učenici je da, bez jasnog pitanja, ne postoje kriteriji za odlučivanje što bi bio sljedeći korak. Ova nejasnoća cilja se proteže kroz cijelo istraživanje što otežava učenicima da izaberu prikladan način računanja i grafičkog prikaza podataka ili da dođu do zaključka o tome što podaci otkrivaju.

Kognitivni psiholozi definiraju intuiciju kao brzu obradu informacija, tako da osoba može donijeti neku odluku prije nego zna razlog zbog kojeg je baš tako odlučila. Postoji mnogo pitanja i načina kojima se može istražiti intuicija. Jedno istraživanje koje je proveo američki profesor Richard Wiseman sa Sveučilišta u Hertfordshireu je, jesu li žene intuitivnije od muškaraca. Rezultati ovog istraživanja, bili su objavljeni 12. travnja 2005. godine u novinama "Daily Telegraph". Wiseman je mjerio sposobnost ljudske intuicije da prepozna kod drugih ljudi koji osmijeh je iskren, a koji lažan.

Prikupljanje podataka

Pogledajte ove dvije fotografije na slici ispod (Slika 4.). Na jednoj je prikazan pravi osmijeh, a na drugoj lažni. Vidite li razliku?



Slika 4: Iskreni i lažni osmijeh.

Za svoje istraživanje intuicije, Wiseman je pozvao više od 15.000 žena i muškaraca koji su morali pogledati 10 pari fotografija na kojima je jedna fotografija bila s pravim osmijehom, a druga s lažnim, kako bi provjerio mogu li prepoznati koji je od njih lažan.

Podudaranje između podataka i postavljenih pitanja u istraživanju je, u najboljem slučaju, djelomično. Intuicija obuhvaća velik raspon mogućnosti i sposobnosti osobe da razlikuje pravi od lažnog osmijeha. Dakle, već sada se zna da treba voditi brigu o tome pri zaključivanju kod interpretiranja rezultata. Zanimljivo je da je Wiseman prije eksperimenta zatražio od sudionika da procjene svoje intuitivne sposobnosti. 77% žena i 58% muškaraca je ocijenilo da imaju visoke intuitivne sposobnosti.

Analiza podataka

Podaci koji su prikupljeni u ovom istraživanju, sadrže više od 15.000 rezultata, od minimalno 0 do najviše 10 točnih odgovora.

Interpretiranje rezultata u kontekstu pitanja

U članku iz novina "Daily Telegraph", koji je govorio o ovom istraživanju, istaknuto je kako su se muškarci pokazali boljima u prepoznavanju lažnih osmijeha kod žena, nego žene kod muškaraca. Evo što su rekla tri stučnjaka o ovim rezultatima.

Richard Wiseman: "To bi moglo biti zato što su žene emotivnije i više pokazuju svoje emocije jer, ako muškarci imaju ograničen emocionalni sustav, lakše im je lažirati osmijeh."

Suzan Quilliam (psihologinja, specijalist za međuljudske odnose): "Žene nisu dobre u uočavanju neiskrenosti jer su "programirane" da gledaju svijetlu stranu svega. Žene puno manje primjećuju, i uopće žele vidjeti, lažno u bilo kojoj situaciji."

Gladeana McMahon (kognitivni psiholog): "Moguće je da su žene etiketirane kao intuitivnije jer su sklone više govoriti o svojim osjećajima".

Jedan od zaključaka ovog istraživanja je da je razlika u intuiciji kod muškaraca i žena jako mala, razlikuje se samo kod prepoznavanja lažnog osmijeha kod suprotnog spola (gdje su muškarci nešto bolji). Iz toga slijedi da žene bolje prepoznaju lažan osmijeh kod vlastitog spola, za razliku od muškaraca. Ako niste sigurni u istinitost ovog zaključka, razmotrite sljedeći primjer sastavljen na temelju uzorka koji je uzet od tri muškarca i tri žene.

U sljedećoj tablici (Tablica 3) vidimo da, kada su muškarci vidjeli fotografije muškaraca, bili su loši u prepoznavanju lažnog osmijeha, što je dovelo do prosječnog uspjeha od 50% (prvi stupac). Međutim, bili su uspješni u prepoznavanju lažnog osmijeha kod suprotnog spola, što dovodi do prosjeka od 90% (drugi stupac). Ukupni muški prosječni rezultat u prepoznavanju lažnih osmijeha bio je 70%. Pretpostavimo da su žene postigle isti rezultat, te da je i njihov ukupni prosjek 70% s tim da je njihovo prepoznavanje lažnog osmijeha kod suprotnog spola nešto slabije (80%).

muškarci (isti spol)	muškarci (suprotan spol)	žene (isti spol)	žene (suprotan spol)
5	9		8
5	9		8
5	9		8

Tablica 3: Rezultati od muškaraca i žena nakon provedenog istraživanja.

Često su verbalni opisi veličine (veliko, malo, srednje ...) dovoljno dobri za svakodnevne potrebe, ali opet postoje situacije u kojima je potrebna veća preciznost.

Aktivnost 7 Evo primjera u kojem je ishod dan numeričkom usporedbom!

"Moj rođak iz Splita je bio jako zabrinut zbog svoje tete Marte. Nakon teškog pada i dugog boravka u bolnici, postala je nepokretna i činilo se da je izgubila svaku nadu da će ponovno prohodati. Marta je imala 73 godine i više se nije mogla brinuti sama za sebe. Predložili su joj da ide u dom za njegu. Njezin odgovor, kao što se i pretpostavljalo, bio je da će se sama brinuti za sebe.

Budući da je moj rođak Marti daljnji rod, nije htio preuzeti odgovornost za tu odluku. Razgovarajući o tome s prijateljem, njegovu pozornost je privuklo jedno istraživanje. Istraživanje je provedeno na 55 starijih žena koje su bile u domovima za

njegu. Od njih 55, 17 je reklo da nisu vlastitom voljom ušle u dom, dok je preostalih 38 slobodno izabralo otići u dom. Naknadno je provedeno istraživanje kojim je ispitano kako su žene provele prvih 10 tjedana u domu. Od prve grupe, samo je jedna žena ostala živa, a od druge grupe je umrla samo jedna žena. Nije bilo zdravstvenih razlika između te dvije grupe prilikom ulaska u dom za njegu.

Čitajući ove statistike, moj rođak se poprilično uznemirio. Zamolio je zdravstvenog djelatnika iz lokalne bolnice da mu kaže, iz iskustva, jesu li te činjenice iz istraživanja točne. On je potvrdio. Umjesto da on odluči što je u najboljem interesu za tetu Martu, proveo je vrijeme u kojem je pomogao Marti da sama odluči: "Morate reći što želite, teta." Dobra vijest je to što je poštovao tetinu želju da ostane u svom domu. U narednim tjednima, njena mobilnost se popravila i ona se vratila životu koji nije bio drukčiji od onoga kakav je bio prije pada - što se smatralo nemogućim nekoliko mjeseci prije."

Pričanje priča, legendi, prispodobi i bajki se već tisućama godina koristi u nastavi. Takav pristup ima mnoge prednosti - privlači pažnju učenika, učenici lakše pamte nove pojmove i ideje, a može se uvijek iznova pričati ista priča. Pričanje priča nije samo da bi zabavilo slušatelje, nego sadrži neku dublju poruku i novu ideju. Drugim riječima, omogućava učenje od pojedinačnog prema općem. Apstraktne ideje se ponekad teško razumiju pa je lakše ako se stave u neki kontekst. Jedan primjer je prethodna priča o teti Marti.

Aktivnost 8

Pitanje "Jesu li muškarci bolji vozači od žena?" pokreće niz zanimljivih pitanja za mjerenje i usporedbu. Prvo, pojam "bolji vozač" nije dobro definiran: to bi moglo značiti "sigurniji" ili "profesionalniji".

Iz dostupnih statističkih podataka možemo odgovoriti na pitanje jesu li žene sigurniji vozači od muškaraca. Iz njih je jasno da su žene uključene u manje prometnih nesreća nego muškarci. Onda je lako zaključiti da su žene sigurniji vozači. Nude se i mnoga objašnjenja kako bi opravdali ovaj zaključak (muškarci su agresivniji, pokušavaju se "pokazati" u autu, žene su strašljivije i tako dalje). Iako su te psihološke razlike između spolova istinite, nema jamstva da vrijede za svakoga u vožnji. Međutim, jedan ključni čimbenik je da muškarci u prosjeku prijeđu više kilometara godišnje od žena. To znači da su muškarci izloženiji riziku od nezgoda. Tek kada se pregledaju podaci o nesrećama u vožnji od muškaraca i žena na temelju jednakog broja prijeđenih kilometara, može se napraviti usporedba.

Kako je već spomenuto, često je pogrešno pokušati odgovoriti na pitanja tipa "Je li skupina A veća od skupine B?" samo usporedbom prosjeka. Postoje mnogi načini pomoću kojih dolazimo do odgovora na razna pitanja. U tome nam pomažu računanje ranga, interkvartilnog ranga i standardne devijacije. Mogu se računati i sljedeće

vrijednosti: minimalna vrijednost, donji kvartil, medijan, gornji kvartil i maksimalna vrijednost čiji se odnos prikazuje kutijastim dijagramom.

4.3 Veza između riječi i brojeva

Sada ćemo promatrati što se događa kada istražujemo odnose dviju stvari. U ovom dijelu susrećemo pitanja poput sljedećih:

- "Postoji li veza između brzine reakcije i oštrine vida?"
- "Je li plaća povezana s obrazovanjem?"
- "Je li prodaja sladoleda povezana s temperaturom zraka?"

Nekoliko dana nakon trećeg rođendana, Katarina je promatrala svoj sve manji balon i rekla: "Što više vrijeme prolazi, moj balon raste manji!" Iako ima tri godine, Katarina ne razumije odnos između dvije stvari (odnos između dvije varijable). U ovom primjeru, varijable su "vrijeme" i "veličina balona".

Odnos između dvije varijable se često može prikazati u obliku "duplih usporedbi", to je oblik koji je Katarina koristila kad je uspoređivala veličinu balona s vremenom. To su oblici "veći X, veći Y" ili, kao u ovom primjeru s balonom, "veći X, manji Y". U prvom slučaju (veće, veće), odnos između varijabli raste, veći je, a dvije varijable su izravno (pozitivne) povezane. U drugom slučaju (veće, manje), odnos varijabli je inverzan (negativan).

Važno svojstvo kod odnosa između dvije varijable je da podaci dolaze u paru. Parovi mogu imati puno različitih oblika. Na primjer: "prije" i "poslije", "lijevo oko" i "desno oko" i tako dalje.

Aktivnost 9

Sljedeća tablica (Tablica 4) prikazuje visinu i težinu šest osoba. Atribut koji tvori parove je ime svake osobe.

Ime	**Visina (m)**	**Težina (kg)**
Alen	1.67	74
Barbara	1.69	78
Kristina	1.53	53
Dijana	1.60	58
Eva	1.63	51
Filip	1.70	63

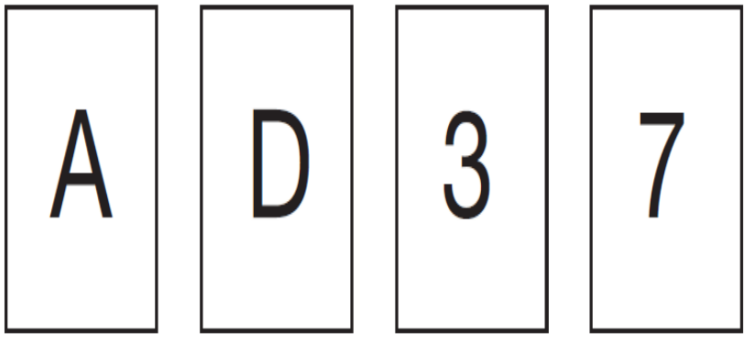
Tablica 4: Podaci o visini i težini.

Atribut kod podataka koji dolaze u paru je takav da za oba podatka broj stavki na popisu mora biti jednak. Najbolji način za korištenje ovakvih podataka je njihovo prikazivanje na dijagramu raspršenosti. Da bismo mogli nacrtati ove podatke, prvo što treba je znati koja varijabla ide na koju os dijagrama. Jedna varijabla se zove neovisna varijabla i ona se obično prikazuje na x - osi. Druga varijabla zove se ovisna varijabla i prikazuje se na y - osi.

Dijagrami raspršenosti koriste se za procjenu uzročno - posljedične veze. Pretpostavka je da neovisna varijabla uzrokuje promjenu ovisne varijable. U statistici je velika stvar pokazati da postoji statistička veza između dvije stvari. To nije isto što i pokazati da ako se jedna varijabla promijeni da se promijenila i druga. Uzročno - posljedičnu vezu je teško dokazati.

Aktivnost 10

Ovdje je naveden problem koji se pripisuje psihologu Peteru Wasonu (1966). Zamislite da su sljedeće četiri karte okrenute na stolu kao na slici (Slika 5.).



Slika 5: Problem četiri karte.

Svaka kartica ima dva lica, sa slovom na jednoj i brojem na drugoj strani. Koju biste kartu trebali okrenuti da bi provjerili vrijedi li sljedeće pravilo: ”Svaka kartica sa slovom ”A” na jednoj strani, ima broj ”3” na drugoj strani!”

Prvi odgovor velikog broja ljudi je bio, odabrati A i 3. To je napola istinito. Razmotrit ćemo svaku karticu posebno.

A: Bilo bi pametno okrenuti ovu karticu kako bi testirali pravilo. Ako broj 3 nije s druge strane, onda pravilo ne vrijedi.

D: Preokretanje ove kartice ne bi koristilo u provjeri pravila.

3: Ako bi okretanjem kartice s brojem 3 htjeli provjeriti je li s druge strane slovo A, razmislite o tome ponovno! Na taj način bi testirali suprotno od zadanog pravila. To jest, pravilo bi trebalo glasiti ovako: "Svaka kartica na kojoj je broj "3" s jedne strane, ima slovo "A" na drugoj strani!" Imajte na umu da ne kršite pravilo ako je, recimo, "B" s jedne strane kartice, a "3" s druge strane. Pravilom je propisano jedino da kartice koje imaju "A" s jedne strane moraju imati "3" s druge strane. Tako da okretanje ove kartice ne dovodi u pitanje zadano pravilo. Međutim, ako je s druge strane slovo "A", potvrđuje zadano pravilo. Ako biste dobili drugačije slovo, onda vam to ne govori ništa o pravilu.

7: Za mnoge iznenađujuće, ali, preokrenete li ovu karticu, možete testirati pravilo. Ako se ispostavi da se slovo "A" nalazi s druge strane kartice, to je u suprotnosti s pravilom.

Ranije spomenuto pričanje priča se može uklopiti i u ovaj dio gdje se gledaju veze između riječi i brojeva.

Aktivnost 11

"Ujak Jakov je mrzio letjeti u zrakoplovu. Bez obzira koliko ga uvjeravali kako je ovaj način putovanja siguran, on se uvijek brinuo da će netko imati bombu u zrakoplovu. Njegov obiteljski liječnik mu je htio pomoći pa ga je poslao statističaru.

"Reci mi", pitao je, "kolika je šansa da netko ima bombu u zrakoplovu?"

Statističar je pogledao u svoje tablice i rekao: "Šansa je mala. Možda jedan čovjek od sto tisuća ljudi."

"Pa kakvi su izgledi da dvije osobe imaju bombu u istom zrakoplovu?"

"Izuzetno mala", odgovorio je. "Jedan čovjek od deset biliona ljudi."

Ujak Jakov kimne i napusti ured.

Od toga dana, svaki put kad je letio, nosio je bombu sa sobom."

Ovakva priča je zanimljiva učenicima, ali i poučna. Govori o statistici koja se nalazi svugdje oko nas i o tome na koji način ju pojedinci doživljavaju.

5 Prikupljanje podataka

Statistika je znanost o podacima. Zato se poučavanje statistike započinje uvođenjem osnovnih ideja o podacima. Svaki skup podataka sadrži informacije o nekoj skupini pojedinaca, informacije su organizirane u varijablama, a podaci predstavljaju vrijednosti varijable i pokazuju varijabilnost nečeg što se mjeri. Podaci se trebaju promatrati kao brojevi s kontekstom, gdje kontekst daje značenje. Postoje različiti načini za prikupljanje podataka: mjerenjem, ponekad u kontekstu eksperimenta i postavljanjem pitanja, na primjer, pomoću ankete. Podaci se razlikuju ovisno o načinu na koji su prikupljeni. Metoda prikupljanja podataka je važna jer može utjecati na kvalitetu podataka, zato treba znati izvor podataka.

Dvije metode kojima se mogu prikupljati podaci su ankete i eksperimenti. Učenici uče o različitim metodama uzimanja uzoraka i vrstama podataka koje prikupljaju. Uče o slučajnom uzorku, njegovim karakteristikama i kako doći do slučajnog uzorka te da je slučajan uzorak potreban za generalizaciju na veću skupinu ljudi. Također o obilježjima dobrih uzoraka i o lošim uzorcima, pristranosti i o tome što dovodi do pristranosti ili loših podataka u uzorcima (na primjer, spontani odgovori u uzorku, loše formulirana pitanja).

Aktivnost 12 "Pozdravi i upoznaj!"

Studenti dolaze na prvi, uvodni sat statistike. Nakon kratkog uvoda, predavač od studenata traži da se međusobno upoznaju. Zamolio ih je da ustanu, ponesu sa sobom komad papira i da se upoznaju s barem petero ljudi, da se rukuju i razmjene pet informacija između sebe. Na njihovim papirima trebaju biti zabilježene sljedeće informacije:

1. Ime i prezime.
2. Koliko bodova upisujete ovaj semestar?
3. Smjer i godina na studiju.
4. Prva reakcija kada čujete riječ "statistika".
5. Jeste li na posljednjoj godini studija (da/ne)?

Nakon što su studenti prošetali i prikupili dovoljno informacija, sjeli su natrag i sudjelovali u raspravi o svojim podacima. Od njih se tražilo da opišu podatke koje su zabilježili. Uobičajeno, neki studenti su zapisivali svaki odgovor, dok su drugi svrstavali odgovore u kategorije i stavljali razne oznake. Bilo je zanimljivo vidjeti kako su koristili različite metode organizacije, što dovodi do rasprave koja metoda je bolja za organizaciju podataka i koje sve metode možemo koristiti kada prikupljamo različite tipove

podataka (na primjer, brojevi, riječi, da/ne podaci). Predavač je zamolio studente da pogledaju svoje podatke i vide na koja pitanja imaju velik broj različitih odgovora. Postoji nekoliko različitih odgovora kod pitanja koliko bodova upisuju u semestru, a više kod reakcije na riječ "statistika" (koje su, nažalost, vrlo često negativne). Pitao ih je da kažu svoje mišljenje o pitanjima koja su koristili, mogu li se poboljšati i dal' neko pitanje dovodi do dvosmislenosti odgovora. Na primjer, na pitanje "Jeste li na posljednjoj godini studija?", može se odgovoriti na temelju broja upisanih bodova u semestru ili godine na studiju, a to može rezultirati različitim odgovorima.

Prethodno opisana aktivnost "Pozdravi i upoznaj" može se upotrijebiti i u školskom okruženju da upoznamo učenike s podacima i analizom podataka već prvi dan, kako bi naučili razmišljati na koji način se mogu prikupljati podaci i što se sve može naučiti iz njih. Na ovaj način možemo učenicima pomoći da podatke počnu gledati kao klasu, gdje svaki podatak ima neku vrijednost i može se promatrati kao cjelina. Ovakvo gledanje na podatke je važno i naprednije je nego gledati na podatke kroz jednostavne, intuitivne metode koje se fokusiraju na pojedinačne vrijednosti. Također, pomaže razlikovati statistiku od matematike, tako što promatra podatke i kontekst u kojem se oni prikupljaju i proučavaju.

Kada promatramo na koji način prikupiti podatke pomoću eksperimenta, treba znati važnost i svrhu slučajnog odabira kako bi mogli zaključiti nešto o uzroku i posljedici. Učenici bi trebali učiti i o osnovnim svojstvima statističkog oblikovanja eksperimenta i što ga čini lošim, na primjer, zbunjujući utjecaji drugih podataka, kao što su skrivene varijable, nedostatak slučajnog odabira koji uzrokuje pristranost ili sistematsko favoriziranje.

Nakon što učenici shvate osnovne ideje vezane uz ankete i eksperimente, mogu učiti koja pitanja postavljati kada prikupljaju podatke i na koji način statistički promatrati prikupljene podatke. Ovo je početak statističkog razmišljanja, koji se može razvijati kroz druge nastavne jedinice koje govore o istraživanju i analizi podataka. Stoga tijekom cijele nastave, učenici moraju voditi računa o važnosti postavljanja pitanja i o tome odakle ti podaci dolaze, zašto su prikupljeni i u kakvom su odnosu s pitanjima koja se istražuju i s metodama analize podataka.

Računalo može imati veliki utjecaj na korištenje stvarnih podataka na satima statistike. Mnogi skupovi podataka su dostupni na internetu, u statističkim bazama podataka.

6 Izazovi u učenju i poučavanju statistike

Danas u mnogim zemljama teže za tim da djeca od najranije dobi uče statistiku. U nekim zemljama već šestogodišnja djeca počinju proučavati osnovne statističke koncepte i nastavljaju ih razvijati u svim nastavnim programima sve do srednje škole gdje počinju proučavati statističko zaključivanje. Osim toga, brzi razvoj inovacija i globalizacija u posljednjem desetljeću doveli su do nove stvarnosti koja je utjecala na nastavni plan i program matematike. Prebacuje se važnost s poznavanja sadržaja na kompetencije.

Dok se svijet ubrzano mijenja s obzirom na učestalost upotrebe statistike, nastavni plan i program u školama se polako priprema da odgovori na te promjene. Iako je statistika prihvaćena u školama, ona nije zasebna tema u školskom programu, nego se podučava kao dio matematike. U nekim zemljama nastavnici koji podučavaju statistiku nisu posebno osposobljeni za to. Zbog toga postoji potreba za boljom pripremom nastavnika matematike osnovnih i srednjih škola koji su odgovorni za podučavanje statistike na tim razinama.

Obrazovanje nastavnika se obično usredotočuje na poboljšanje njihova znanja s relativno malo posvećene pažnje uvjerenjima i stavovima nastavnika, a ti čimbenici mogu utjecati na način na koji nastavnici podučavaju statistiku i opseg u kojem će nastavnici primjenjivati statistiku unutar i izvan učionice.

Uvjerenja nastavnika utječu na aktivnosti koje provode na satu statistike. Primjerice, kada se uči srednja vrijednost, uvjerenja nastavnika utječu na njegov pristup, pa se pitaju trebaju li učenici vježbati računanje srednje vrijednosti ili promatrati statističke podatke vezane uz stvarne situacije, može li tehnologija pomoći učenicima u učenju i je li važno da učenici uče kako sami odabrati odgovarajuću srednju vrijednost.

Mnogi čimbenici utječu na uvjerenja nastavnika u poučavanju statistike. Nerijetko su ona povezana s njihovim prethodnim iskustvima te sa osobnim iskustvom učenja statistike. To ukazuje i na razliku između osnovnoškolskih i srednjoškolskih nastavnika s obzirom na edukaciju koju su imali jer je teško nešto poučavati ako to sam nisi imao priliku isprobati, doživjeti.

Nastavnici također imaju svoje mišljenje o nastavnim ciljevima i njihovom povezivanju s nastavnim sadržajem. Na primjer, neki nastavnici imaju drugačiji, dinamičniji pogled na matematiku pa to utječe i na to kako poučavaju teme iz statistike. Dakle, nastavni plan za sličan sadržaj može se znatno razlikovati ovisno o ciljevima i uvjerenjima nastavnika.

Određeno znanje u bilo kojem području najbolje se stječe u praksi, to jest, u stalnom stručnom usavršavanju. Međutim, u statistici nedostaje prilika za profesionalni razvoj nastavnika jer zapravo ne podučavaju puno statistike i rijetko ju koriste.

Mnoge aktivnosti u koje su uključeni nastavnici, kao što su provjeravanje znanja

učenika; odabir i prikazivanje matematičkih ideja; procjena, odabir i izmjena udžbenika; odlučivanje između mogućih načina poučavanja, potiču matematičko rasuđivanje i mišljenje. Stoga je statističko znanje nastavnika važno za kvalitetu njihova poučavanja jer odluke koje oni donose ovise o njihovom znanju. Malo je budućih srednjoškolskih nastavnika dobilo specifičnu pedagošku pripremu u području statističkog razmišljanja. U nekim zemljama je još lošija situacija što se tiče nastavnika u osnovnim školama jer malo njih dobiva bilo kakvu obuku u području statistike. Situacija kod nas je nešto bolja, jer čak i učitelji razredne nastave imaju kolegij iz statistike.

Osim što nastavnici moraju biti stručni u matematici, potrebna su i druga znanja da bi nastavnici bili kompetentni. Na primjer, trebaju znati objasniti statističke pojmove te aktivno uključiti učenike u učenje analize podataka i vjerojatnosti pomoću tehnologije.

Priprema nastavnika statistike da koriste na odgovarajući način tehnologiju na nastavi je težak i važan zadatak. Važno je angažirati nastavnike svih srodnih područja sa statistikom da razvijaju svoje tehnološke mogućnosti kako bi zajedno stvorili nove generacije nastavnika statistike.

Nastavnici sami donose odluku što je prikladno uključiti u već napisane nastavne planove, ali imaju malo vremena za istraživanje takvih pitanja. Oni imaju određeno što moraju ispuniti pa su prisiljeni prvo odraditi ono što je prioritet.

Postoji stalna potreba za novim pristupima pripremanja nastavnika kako bi bili statistički pismeni, koristili stvarne podatke i statistička istraživanja te povezivali gradivo koje obrađuju sa stvarnim situacijama i svijetom oko sebe. Povećava se naglasak na istraživanje i korištenje novih oblika tehnologije. Sve to zahtijeva puno vremena i traži predanost pedagoškom pristupu što mnogi nastavnici ne mogu ispuniti.

Zbog prirode statističkih podataka i njihove važne uloge u današnjem društvu, statistika se koristi u raznim nacionalnim uredima i udrugama koje su uključene u proizvodnju i organizaciju pa postoji potreba za povećanjem statističke pismenosti svih građana. Brzi razvoj statistike i statističkog obrazovanja podrazumijeva i daljnja istraživanja u statistici.

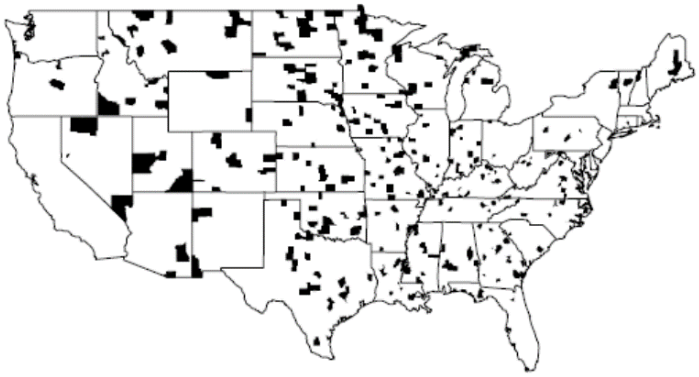
7 Poučavanje statistike kroz primjere

Jedan od izazova s kojima se susreću nastavnici u školama je na koji način motivirati učenike. Kako je statistika alat za rješavanje problema, najbolji način za motiviranje učenika je da se aktivno uključe u rješavanje istih.

Mnogi nastavnici imaju posebne metode poučavanja, a neke od njih će biti prikazane kroz sljedeće aktivnosti.

Aktivnost 13 Gdje se u SAD - u najviše pojavljuje rak bubrega?

Prvi sat predavanja iz statistike možemo započeti tako da učenicima podijelimo kopije slike 6.

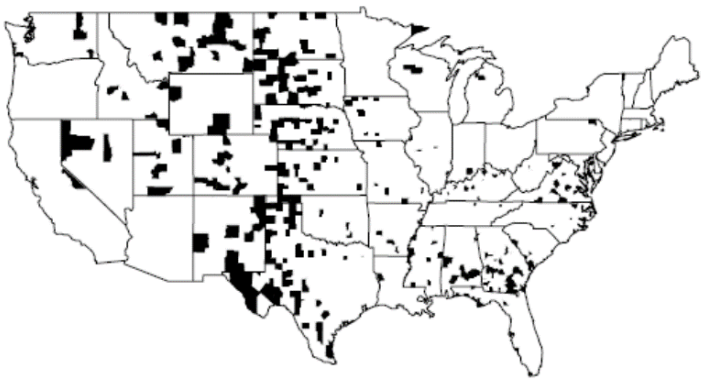


Slika 6: Županije Sjedinjenih Američkih Država s najvišom stopom smrtnosti od raka bubrega bijelaca iz razdoblja od 1980. do 1989. godine.

Ovo je karta Sjedinjenih Američkih Država sa osjenčanim županijama u kojima je izmjerena najveća stopa raka bubrega od 1980. do 1989. godine. Pitamo učenike što primjećuju na karti. Trebaju ukazati na najočitiji uzorak, tj. da su mnoge županije koje su osjenčane u Velikoj nizini[6], a relativno malo njih uz obalu. Zašto je to tako? Jesu li to županije s najviše starih ljudi? To bi mogao biti odgovor, ali nije - u stvari, te stope su prilagođene dobi. Većina osjenčanih županija je u ruralnim područjima; možda je u tim

[6]Velika ili središnja nizina (engl. Great Plains) je otvoren prostor prerija koji se nalazi u Sjedinjenim Američkim Državama i Kanadi. U Velikoj nizini su smješteni dijelovi američkih država Novi Meksiko, Teksas, Oklahoma, Colorado, Kansas, Nebraska, Wyoming, Montana, Južna Dakota i Sjeverna Dakota i kanadskih provincija Alberte, Manitobe i Saskatchewana.

područjima zdravstvena skrb lošija nego u većim gradovima. Možda ljudi u ruralnim područjima imaju nezdraviju prehranu ili su više izloženi štetnim kemikalijama. Sve su to mogućnosti, ali ovdje je zbunjujuća činjenica da: karta najniže stope smrtnosti od raka bubrega isto uglavnom ističe ruralna područja što se vidi iz slike 7.



Slika 7: Županije Sjedinjenih Američkih Država s najnižom stopom smrtnosti od raka bubrega bijelaca iz razdoblja od 1980. do 1989. godine.

U ovom trenutku, učenici se uglavnom zbune. Da bi im pomogli, nastavnici trebaju pretpostaviti da svaka županija ima 100 ljudi: ako je barem jedan čovjek umro od raka bubrega u 1980-im godinama, stopa je 1 naprema 1.000 godišnje, što je među najvećim u zemlji. Naravno, ako nije bilo slučaja smrti od raka bubrega, stopa će biti najniža u zemlji (s obzirom na sve druge zemlje u kojima nitko nije umro). Promatrane stope su u manjim županijama varijabilnije pa im je i veća vjerojatnost da budu osjenčane, čak i ako je vjerojatnost raka u tim županijama jako mala. Ako mala županija ima promatranu stopu od 1 prema 1.000 na godinu, ta je vjerojatnost nestabilna. No ako velika županija, poput Los Angelesa, ima vrlo visoku stopu, to je vjerojatno pravi fenomen.

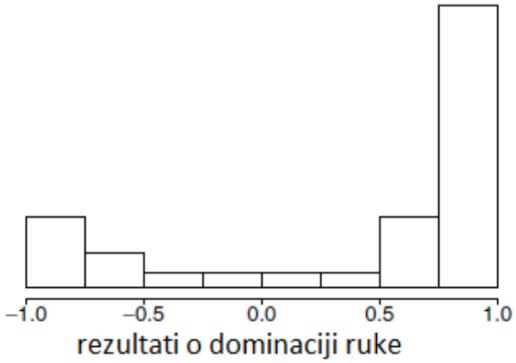
Ovaj se primjer može koristiti i kada se radi nastavna jedinica u kojoj se obrađuje statističko modeliranje, analiza odluka ili Bayesova statistika.

Aktivnost 14 Ljevak ili dešnjak?

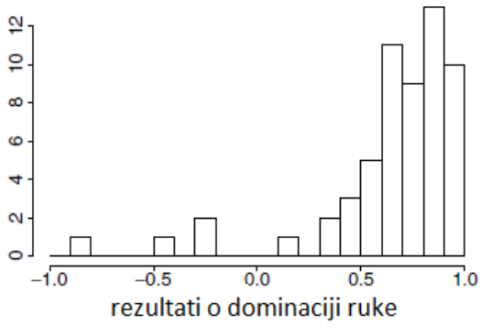
U prvom tjednu nastave u školi, možemo prikupiti podatke od učenika, koja im je dominantna ruka, lijeva ili desna. Učenici trebaju navesti koju ruku koriste za svaku od

navedenih aktivnosti: pisanje, crtanje, bacanje, držanje: škara, četkice za zube, noža (bez vilice), žlice, metle (gornja ruka), šibice (ruka koja drži šibicu), kutije za otvaranje (ruka koja drži poklopac). Dobiju tablicu s ovim aktivnostima u koju stavljaju znak "+" u stupac ispod "lijeva", odnosno, "desna", u ovisnosti kojom rukom se koriste. Osim toga, moguće je da neku od aktivnosti podjednako često rade i lijevom i desnom rukom, pa kod nje trebaju staviti "+" u oba stupca, a ako neku aktivnost uvijek rade samo lijevom ili samo desnom rukom, tu stavljaju po dva znaka "+" u odgovarajući stupac. Nakon što ispune tablicu, moraju prebrojati koliko znakova "+" imaju u kojem stupcu te na sljedeći način izračunati rezultat: $(desna - lijeva)/(desna + lijeva)$. Mogući rezultati se kreću od 1 ako je učenik dešnjak do -1 ako je učenik ljevak.

Kada se uvodi pojam histograma i distribucije, učenike se podijeli u parove, svakom paru se da grafički papir i imaju dvije minute da nacrtaju kako smatraju da bi trebao izgledati histogram koji prikazuje odgovore na pitanja koja su im bila postavljena. Zatim se od jedne grupe na ploči prezentira histogram koji su nacrtali (obično izgleda kao na slici 8), a ostale učenike nastavnik pita za komentare. Nakon primjedbi učenika, ispravlja se prikazani histogram na ploči i prikazuje histogram kako bi trebao izgledati, koji se pripremi ranije za nastavu (Slika 9).



Slika 8: Histogram od grupe učenika koji prikazuje odgovore na pitanja o dominaciji ruke.



Slika 9: Stvarni podaci.

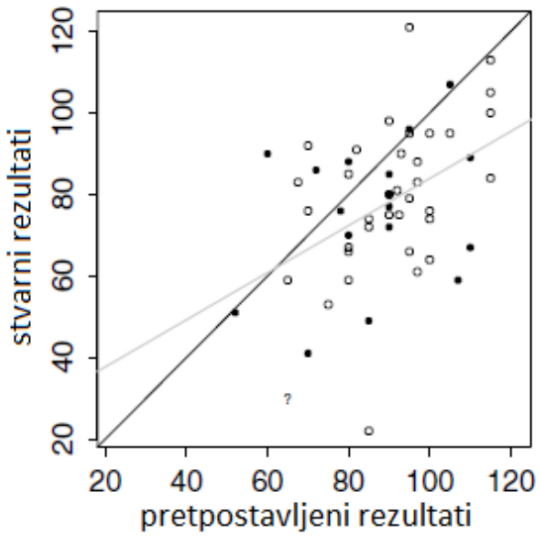
Aktivnost 15 Pogodi ocjenu sa ispita!

Ponekad se na kraju ispita može staviti dodatno pitanje kojim se traži od učenika da procjene koliko će imati bodova iz ispita. Kao poticaj, učenicima koji pogode koliko su imali bodova, u deset bodova razlike od stvarnog rezultata, dodijeli se dodatnih pet bodova. Kada učenici završe sa ispitom, prati se redoslijed kojim su predavali ispite, kako bi kasnije provjerili jesu li učenici koji su prije riješili ispit bolje ili lošije procijenili koliko će imati bodova od učenika koji su ispit pisali mogućih sat vremena. Kada se ispiti ocjenjuju, pretpostavljena ocjena se ne gleda dok se ne ocjene sva ostala pitanja. Na kraju se, za svakog učenika posebno, zapisuje pretpostavljena ocjena, stvarna ocjena i redoslijed kojim su predavali ispit na ocjenjivanje. Tri su razloga zašto se ovo samoevaluacijsko pitanje stavlja u ispit: ono navodi učenike da provjere svoje odgovore prije nego predaju ispit, uči ih da subjektivna predviđanja mogu biti pristrana (učenici su obično previše optimistični) i podaci o njihovim predviđanjima kasnije služe za raspravu.

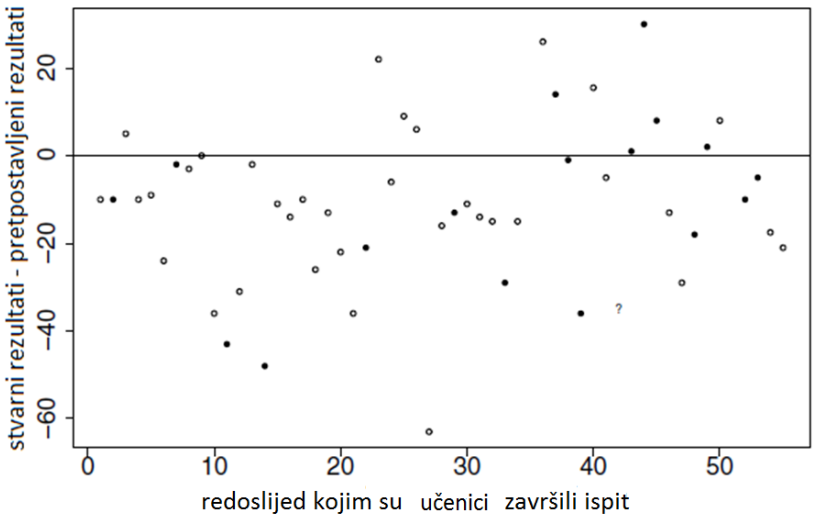
Dalje su prikazani rezultati ispita u kojem je postavljeno takvo dodatno pitanje.

Slika 10 prikazuje stvarne i pretpostavljene rezultate (na ispitu je moguće ostvariti 125 bodova) za svakog učenika od njih ukupno pedeset i troje. Učenice su označene ispunjenim krugovima, a učenici praznim krugovima i sa znakom ? učenik nepoznatog spola. (Ovaj učenik je imao dvosmisleno ime, nastavnik ga nije poznavao.) Krugovi se nalaze uglavnom ispod crte koja je na 45°, što ukazuje na to da je većina učenika imala previsoka predviđanja. Možda iznenađujuće, ali učenici se nisu puno razlikovali od učenica. Točkasta siva linija prikazuje linearnu regresiju stvarnog rezultata s obzirom na pretpostavljene rezultate i prikazuje ponašanje tipične "regresije srednje vrijednosti".

Raspravom bi trebalo doći do prirodnog razloga za ovakav rezultat. Slika 11 prikazuje razliku između stvarnih i pretpostavljenih rezultata, ucrtanih prema redoslijedu kojim su učenici završili ispite. Mnogi od prvih 20 - 25 učenika, koji su ranije završili sa ispitom, pretjerali su u svojim predviđanjima, dok su ostali učenici, koji su pisali ispit sat vremena, bili manje pristrani. Možda to sugerira na to da učenici koji završe ranije imaju više vremena da pregledaju svoje odgovore. (Učenici koji su ranije završili, imali su više od prosječnog rezultata na ispitu.) Horizontalna linija predstavlja savršeno predviđanje.



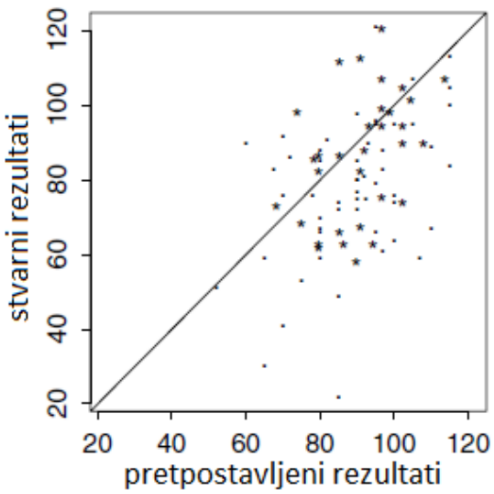
Slika 10: Stvarni i pretpostavljeni rezultati ispita od 53 učenika.



Slika 11: Razlika između stvarnih i pretpostavljenih rezultata ispita, prema redoslijedu kojim su učenici završili ispite.

Podaci imaju i detektivsku stranu koja učenicima može biti zanimljiva. Na primjer, zašto je maksimalan broj bodova 115? Budući da su učenici mogli dobiti dodatne bodove ako su predvidjeli svoj rezultat uz grešku od najviše 10 bodova, a na ispitu je moguće ostvariti ukupno 125 bodova, ne bi imalo smisla pretpostaviti da netko ima više od 115 bodova. (Svaki od učenika koji je pretpostavio da će imati 115 bodova, pretjerao je.) Što je s učenikom nepoznatog spola koji je pretpostavio da će imati 65 bodova, a ustvari je imao samo 30 bodova? Kako je netko mogao tako loše predvidjeti svoj rezultat? Za ovo postoji logično objašnjenje, koje se temelji na sljedećem razmišljanju: ako je on ili ona postigla manje od 55 bodova na ispitu, svakako će pasti ispit. Tada bi dodatnih 5 bodova bilo korisno samo ako ima više od 55 bodova, zato pretpostavlja da će imati 65 bodova.

Sljedeće godine, nastavnici su prije pisanja ispita, učenicima pokazali rezultate ispita od prošle godine i napomenuli im da će i oni imati takvo dodatno pitanje te im ukazali na fenomen pretjerane optimističnosti kod učenika prošle godine. Nastavnici su smatrali da će tako pripremljeni učenici biti manje pristrani od učenika prošle godine kada budu procjenjivali koliko će imati bodova na ispitu. Slika 12 prikazuje rezultate učenika koji nisu bili pripremljeni za dodatno pitanje u ispitu (označeni krugovima) i onih koji su bili upoznati s dodatnim pitanjem (označeni zvjezdicama).



Slika 12: Stvarni i pretpostavljeni rezultati ispita dvije grupe učenika.

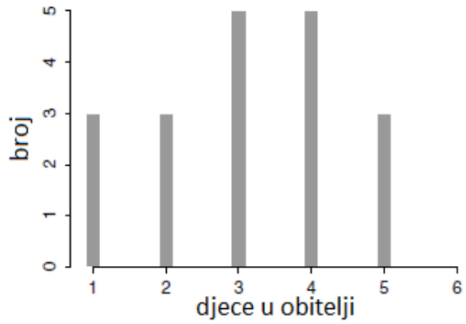
Ovo je bio primjer iz područja deskriptivne statistike s diskretnim i neprekidnim varijablama. Ovako osmišljena nastavna jedinica može se obrađivati kada se radi dijagram raspršenosti. Ovakav primjer omogućuje učenicima (i studentima) da razumiju

neke mogućnosti i izazove s kojima se susrećemo kada govorimo o višedimenzionalnim podacima.

Aktivnost 16 Koliko je velika vaša obitelj?

Nakon što se govori o pristranosti uzorkovanja, ovim primjerom se može demonstrirati naučeno. Svakog učenika pitamo koliko ima djece u njegovoj obitelji (”Koliko braće i sestara ima u tvojoj obitelji, uključujući tebe?”). Odgovori se zapisuju na ploču pomoću tablice frekvencija i histograma, a zatim se računa srednja vrijednost, koja je obično oko 3 (za primjer vidi sliku 13)

veličina obitelji (uključujući sam sebe)	broj
1	3
2	3
3	5
4	5
5	3
6 ili više	0



Slika 13: Podaci o broju djece u obitelji učenika (prikazani kao tablica frekvencija i histogram). Prosjek je 3,1, što je na prvu iznenađujuće, s obzirom da prosječna obitelj ima oko dvoje djece.

Učenicima se ispriča kako su obitelji koje su imale djecu njihove dobi prije 20 godina, prosječno imale dvoje djece. Zašto je prosječan broj ove grupe tako velik? Možda je veća vjerojatnost da će veće obitelji češće slati djecu u školu. Isto tako, obitelji koje nemaju djece, sigurno ih neće slati u školu. Ovo je dio objašnjenja, ali ne cijela priča.

Broj 2,0 predstavlja prosječan broj djece kad se uzorak uzima iz obitelji; 3,0 je prosječan broj djece kad se uzorak uzima od djece. Kad se uzima uzorak od djece, za obitelj s n djece je n puta veća vjerojatnost da će se uzorak uzeti od obitelji koja ima najmanje jedno dijete. Ovo objašnjava činjenicu da nije dovoljno reći da smo uzeli slučajan uzorak; moramo znati i metodu kojom smo uzimali uzorak.

U ovom trenutku, možemo još više uključiti učenike u raspravu. Na koji način se mogu prikupiti podaci kako bi procjenili prosječan broj djece po obitelji. Navedeni

pristup je varljiv jer zahtjeva procjenu i kod obitelji koje nemaju djece. Učenici također moraju shvatiti da je u ovakvim pristupima bitna pažljiva definicija "obitelji".

Sličnu problematiku možemo vidjeti i kod uzimanja uzoraka telefonskim putem. Kada nazovemo nasumično odabrani telefonski broj kako bi intervjuirali nekoga iz tog kućanstva: Kolika je vjerojatnosto da ćemo izabrati osobu koja ima više telefonskih linija od one koja ima jednu telefonsku liniju? Koliko je vjerojatno da razgovaramo sa osobom koja živi s još nekim u kućanstvu od osobe koja živi sama?

Jedan od načina na koji učenici uče o prikupljanju podataka je da oni sami prikupljaju podatke. Tako uče načela dizajniranja eksperimenta, donositi odluke koje su potrebne kod prikupljanja podataka te dobiju osjećaj za praktični rad.

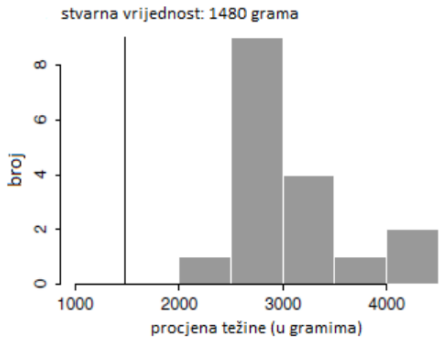
Aktivnost 17 "Slučajan" uzorak.

Za ovu aktivnost, potrebna je digitalna kuhinjska vaga i vrećica sa 100 bombona različitih veličina i oblika (na primjer, 20 velikih bombona i 80 manjih). Podijelimo učenike u parove i kažemo svakom paru da procjene ukupnu težinu bombona u vrećici tako što prvo odaberu "reprezentativni ili slučajni uzorak" od 5 bombona iz vrećice, a zatim izvažu uzorak i dobivenu masu pomnože s 20. Kažemo svakom paru učenika da zapišu rezultat koji su dobili i da svatko za sebe (da ne bi utjecali jedni na druge) procjeni kolika je ukupna težina vrećice, a zatim stave uzorak nazad u vrećicu, protresu vrećicu i dodaju je sljedećem paru. Na kraju kažemo učenicima da ćemo izvagati punu vrećicu i tko ima najbliži rezultat stvarnome, dobit će cijelu vrećicu bombona.

Objašnjenje ove demonstracije traje oko dvije minute, a onda se aktivnost nastavlja sve dok traje sat, čime se svim učenicima daje mogućnost sudjelovanja. Učenici rade u parovima da se ozbiljnije usredotoče na zadatak.

Kada svi parovi izvažu svoje uzorke, kažu koliko su procijenili da teži cijela vrećica te se njihovi odgovori pišu na ploču i prikazuje ih se histogramom, kao što je prikazano na slici 14. Histogram prikazuje distribuciju uzorka procijenjenih masa vrećice. Zatim jedan učenik izvaže cijelu vrećicu (digitalna kuhinjska vaga je precizna za vaganje male količine od 5 bombona, ali i dovoljnog raspona da izvaže cijelu vrećicu od 100 bombona) i kaže njenu ukupnu masu. Ona je manja od većine ili čak svih procjena temeljenih na uzorcima i to šokira učenike.

procijenjena težina		
2040	2600	2760
3240	2600	4200
3500	2827.7	3500
4200	2840	3060
2640	3600	2640
2880	2520	



Slika 14: Procjena težine vrećice s bombonima od 17 parova učenika.

Zašto se to dogodilo? Veće bombone je lakše zagrabiti (i vrlo je vjerojatno da se nakon protresanja vrećice nađu na njenom dnu). Iako su pokušali dobiti reprezentativni uzorak, nisu uspjeli u tome.

Ovaj primjer dovodi do teme slučajnog uzorkovanja. Pitamo učenike na koji način trebaju izabrati slučajan uzorak od 5 bombona kad ih je ukupno 100. Ovo je odličan način za uvođenje pojmova pristranosti i varijance distribucije uzorkovanja. Nakon toga se može promatrati promjena procjene i varijance ako bi (a) promijenili način uzimanja slučajnog uzorka ili (b) povećali veličinu uzorka s 5 na 10 ili 20 bombona.

8 Zaključak

Statistika se poučava u sklopu nastave matematike. Ona je prisutna u gotovo svakom segmentu ljudskog života pa sve više raste potreba za njenim poznavanjem. Prošle godine je izrađen prijedlog promjena nastavnog plana i programa za osnovnu i srednju školu. Za razliku od sadašnjeg plana i programa po kojem se jedan mali dio statistike, u sklopu nastave matematike, obrađuje samo u sedmom razredu osnovne škole, prema prijedlogu za matematiku, statistika se obrađuje u domeni "Podaci, statistika i vjerojatnost" već od prvog razreda osnovne škole, sve do osmog razreda, kao i u svim razredima gimnazije. Profesori matematike poučavaju statistiku u našim školama i susreću se s raznim izazovima, od premalo pažnje posvećene njihovim uvjerenjima i stavovima, do malo prilika za profesionalni razvoj. Bitno je uključiti učenike u nastavu, aktivirati ih kroz razne aktivnosti te što više koristiti tehnologiju.

9 Sažetak

Tema ovog rada je poučavanje statistike koja je integrirana u nastavu matematike. U radu smo najprije rekli nešto općenito o statistici te o odnosu statistike i matematike u nastavi. Objašnjeno je na koji način se statistika danas obrađuje u osnovnim i srednjim školama i kako je to zamišljeno u budućnosti s novim kurikulumom. Veći dio rada govori o statistici koja se uči pomoću riječi i brojeva kroz tri načina statističkih istraživanja, opisivanje, uspoređivanje i povezivanje riječima i brojevima. Na kraju je dan primjer na koji način se mogu prikupljati podaci i koliko je bitan način na koji se uvodi ova važna nastavna jedinica. Nabrojano je nekoliko izazova s kojima se nastavnici susreću u nastavi i aktivnosti koje mogu poslužiti pri obradi pojedine nastavne teme.

Ključne riječi: matematika, statistika, kurikulum, statistička istraživanja

10 Summary

The topic of this paper is teaching statistics that is integrated into teaching maths. In the paper, we first mentioned something in general about statistics and about the relationship between statistics and mathematics in teaching. It explains how statistics are being processed today in primary and secondary schools and how it is conceived in the future with the new curriculum. Most of the work talks about statistics that are taught through words and numbers through three modes of statistical research, description, comparing, and connecting words and numbers. At the end, there is an example of how data can be collected and how important it is to introduce this important teaching unit. There are several challenges that teachers encounter in teaching and the activities they can use to handle a particular subject.

Keywords: mathematics, statistics, curriculum, statistical research

Literatura

[1] S. Banić, S. Janeš, J. Kličinović, I. Lović Štenc, I. Mišurac, A. Ostojić, G. Paić, S. Šišić, E. Špalj, Đ. Trupinić, *Prijedlog nacionalnog kurikuluma nastavnoga predmeta matematika*, Zagreb, 2016.

[2] C. Batanero, G. Burrill, C. Reading, *Teaching statistics in school mathematics - Challenges for teaching and teacher education*, Springer, 2011.

[3] M. Benšić, N. Šuvak, *Uvod u vjerojatnost i statistiku*, Sveučilište J. J. Strossmayera u Osijeku, Odjel za matematiku, Osijek, 2014.

[4] G. W. Cobb, D. S. Moore, *Mathematics, statistics, and teaching*, Mathematical association of America, 2010.

[5] J. B. Garfield, D. Ben-Zvi, *Developing students' statistical reasoning*, Springer, 2008.

[6] A. Gelman, D. Nolan, *Teaching statistics - A bag of tricks*, Oxford University Press, 2002.

[7] A. Graham, *Developing thinking in statistics*, The Open University, 2006.

11 Životopis

Rođena sam 17. kolovoza 1992. godine u Vinkovcima. Odrastala sam u Gradištu sa svojim roditeljima - ocem Antunom, majkom Anicom i sestrama, Ivanom i Željkom.

Školovanje sam započela 1999. godine u osnovnoj školi u Gradištu. Kroz sve razrede osnovne škole, bila sam odličan učenik.

Godine 2007. upisala sam se u gimnaziju u Županji, opći smjer. Za vrijeme osnovnoškolskog i srednjoškolskog obrazovanja, sudjelovala sam na općinskim i županijskim natjecanjima iz matematike.

2011. godine upisala sam Integrirani preddiplomski i diplomski sveučilišni nastavnički studij matematike i informatike, na Odjelu za matematiku u Osijeku.

Od osnovne škole, članica sam KUD - a Seljačka sloga Gradište. Prethodne dvije godine, volontirala sam u Osijeku, u udruzi Dokkica (Dječja osječka kreativna kućica).

21. rujna 2017. godine, počinjem raditi kao nastavnica matematike u osnovnoj školi "Ivana Kozarca" u Županji.